

Fonctions de Green avec interactions

Relation de Gell-Mann – Low :

$$G_{\alpha\beta}(t-t') = -i \langle T S(\infty, -\infty) \psi_{\alpha}(t) \psi_{\beta}^{\dagger}(t') \rangle / \langle T S(\infty, -\infty) \rangle$$

avec

$$S(\infty, -\infty) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-i)^n}{n!} \int_{-\infty}^{\infty} d\tau_1 \dots d\tau_n T [V(\tau_1) \dots V(\tau_n)]$$

et

$$V(\tau) = \frac{1}{2} \sum_{\alpha, \beta, \delta, \gamma} V_{\alpha\beta}^{\delta\gamma} \psi_{\alpha}^{\dagger}(\tau) \psi_{\beta}^{\dagger}(\tau) \psi_{\delta}(\tau) \psi_{\gamma}(\tau)$$

Diagrammes de Feynman

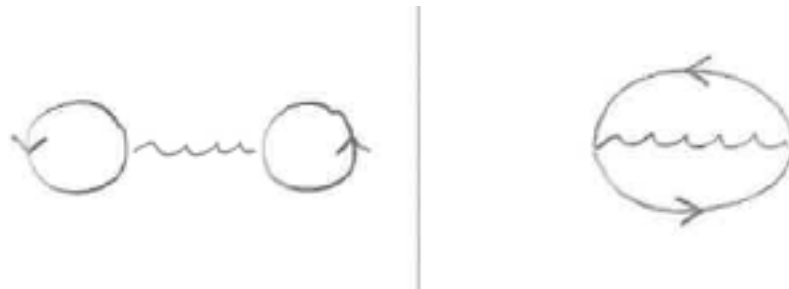
fonction de Green :

$$G_{\alpha\beta}(t, t') = -i \frac{\langle T \hat{\psi}_{\alpha}(t) \hat{\psi}_{\beta}^{\dagger}(t') S(\infty, -\infty) \rangle}{\langle T S(\infty, -\infty) \rangle}$$

développement perturbatif en V ...

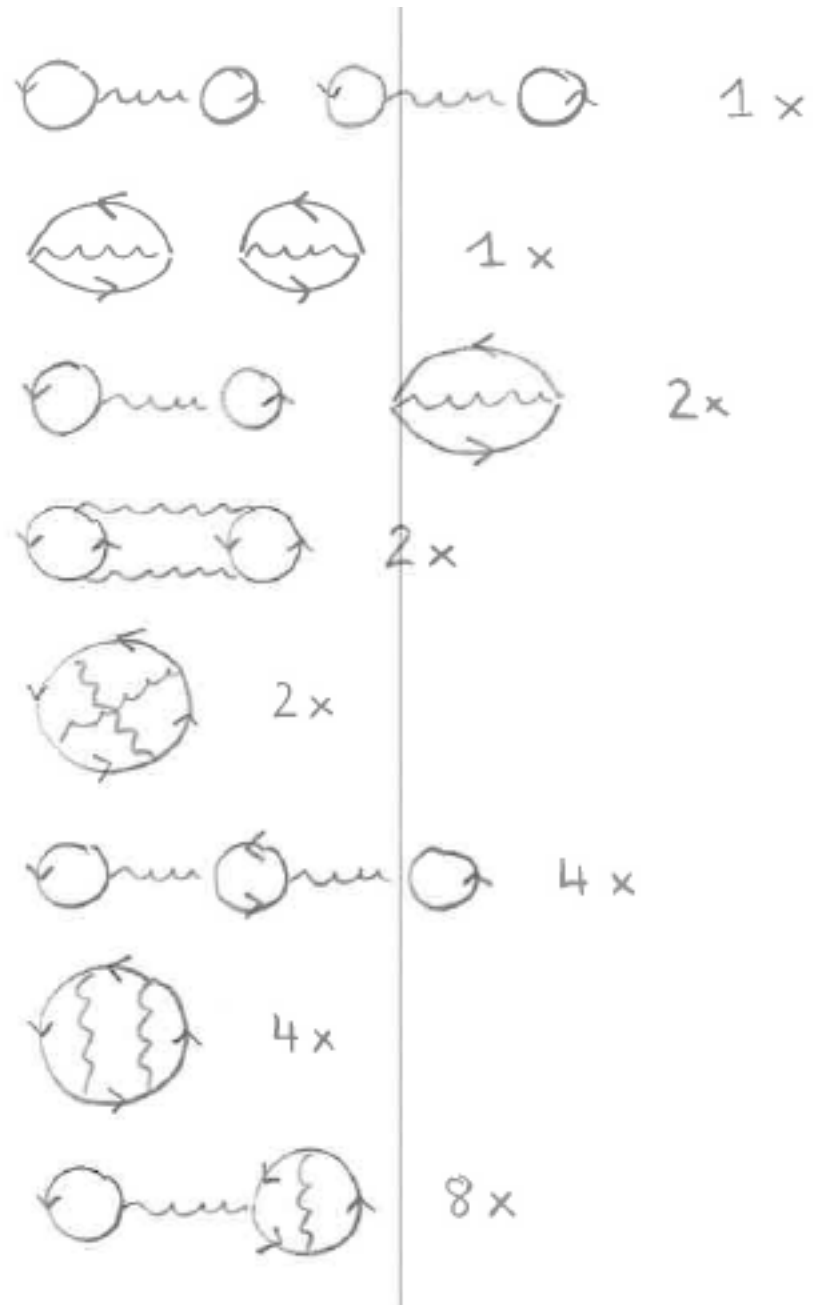
1. dénominateur

- ordre V^1



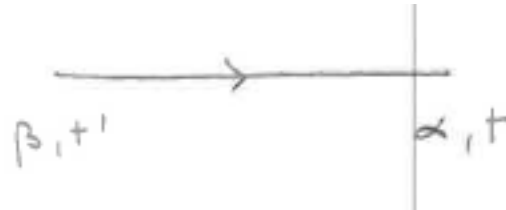
1. dénominateur

- ordre V^2

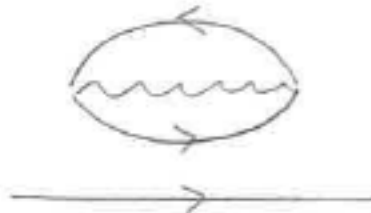
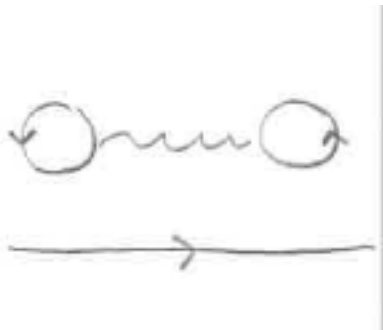


2. numérateur

- ordre V^0



- ordre V^1



vs dénominateur :

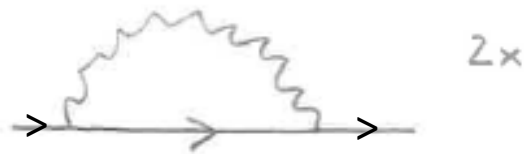
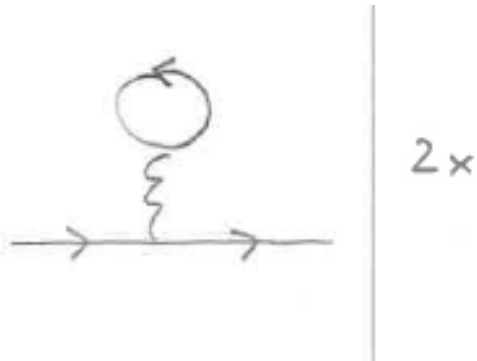


diagrammes
déconnectés

→ compensation avec le dénominateur

2. numérateur

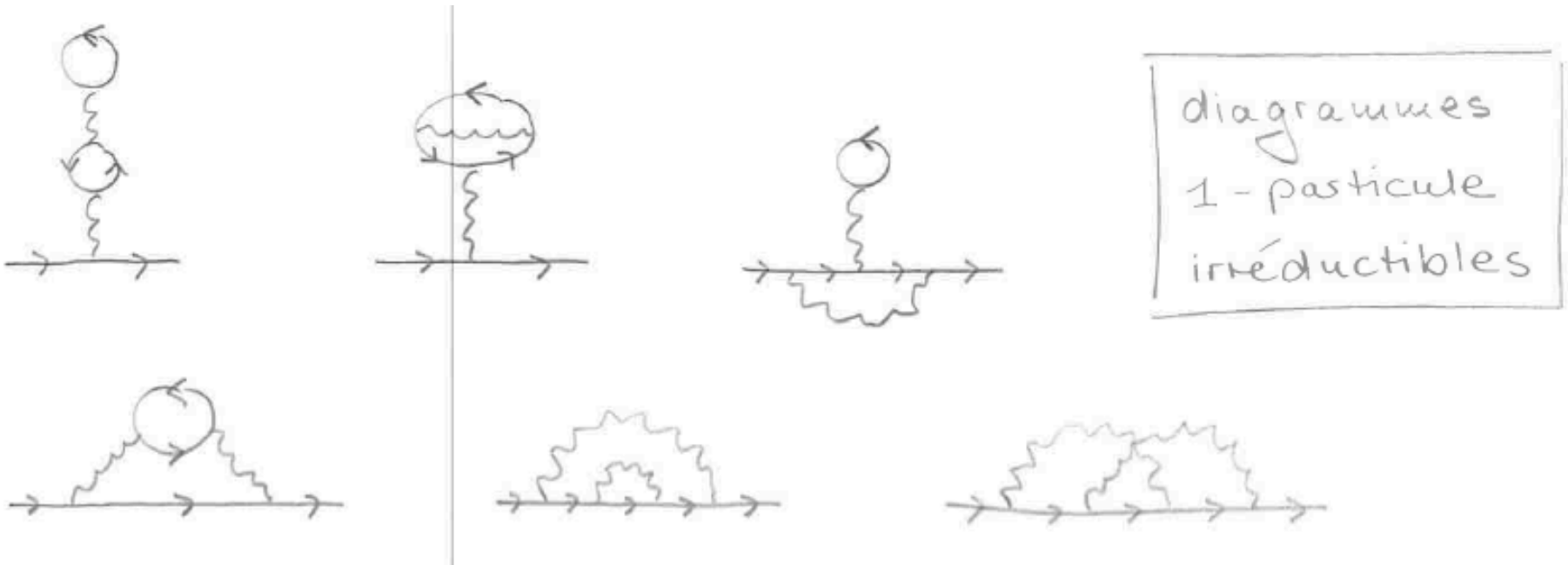
- ordre V^1



diagrammes
connectés

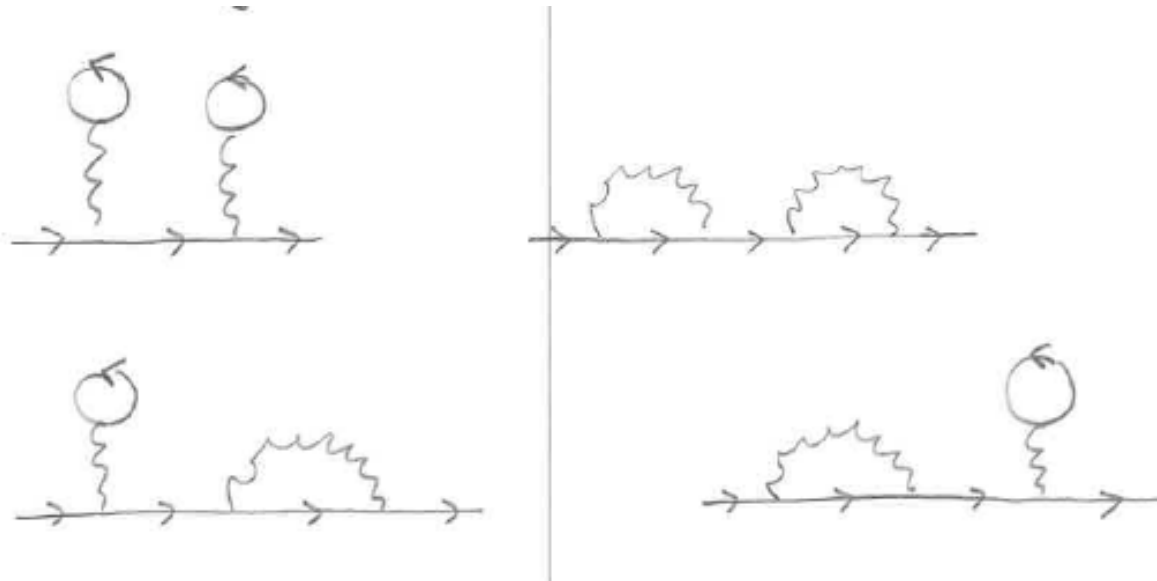
2. numérateur

- ordre V^2 (diagrammes connectés seulement)



2. numérateur

- ordre V^2 (diagrammes connectés seulement)



diagrammes
1-particule
réductibles

→ resommation avec **équation de Dyson**

Diagrammes de Feynman & Equation de Dyson

$$G_{\alpha\beta}(t-t') = G^0_{\alpha\beta}(t-t') + \sum_{\delta\gamma} \int dt_1 dt_2 G^0_{\alpha\delta}(t-t_1) \Sigma_{\delta\gamma}(t_1-t_2) G_{\gamma\beta}(t_2-t')$$

forme simple du propagateur :

$$G(\mathbf{k},\omega) = G^0(\mathbf{k},\omega) + G^0(\mathbf{k},\omega) \Sigma(\mathbf{k},\omega) G(\mathbf{k},\omega)$$

ou

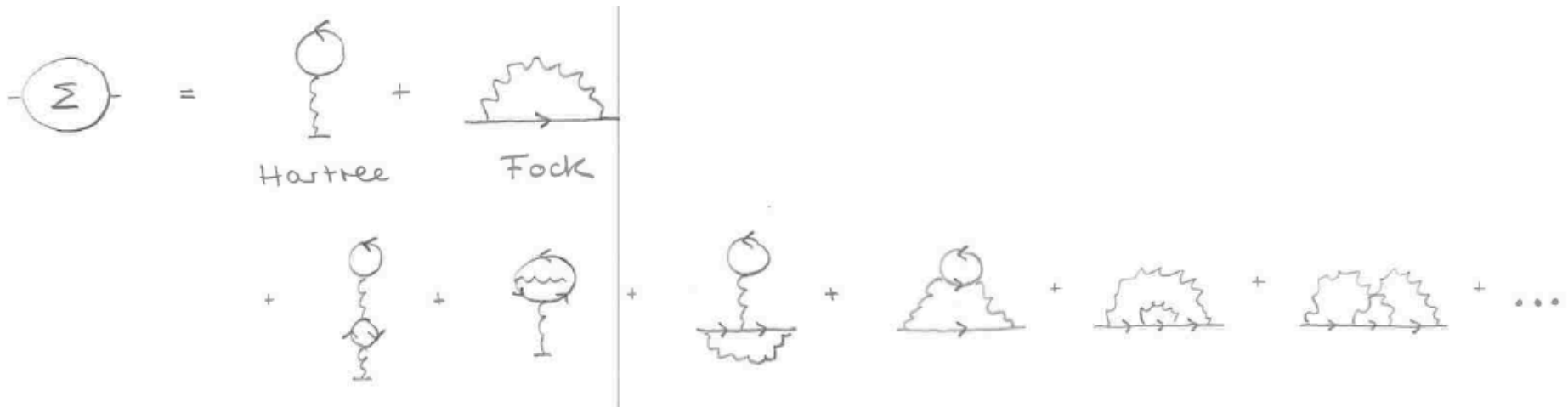
$$G^{-1}(\mathbf{k},\omega) = (G^0)^{-1}(\mathbf{k},\omega) - \Sigma(\mathbf{k},\omega)$$

Self-énergie Σ

fonction de Green :

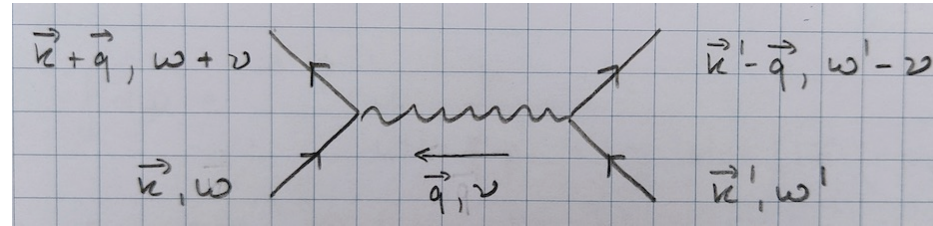
$$G^{-1}(\vec{k}, \omega) = G_0^{-1}(\vec{k}, \omega) - \Sigma(\vec{k}, \omega)$$

- la self-énergie contient les diagrammes 1-particule irréductibles



Calcul de la self-énergie: Règles de Feynman

1. Chaque ligne fermionique est associée à une fonction de Green $G^0(\mathbf{k}_i, \omega_i)$.
2. Chaque ligne ondulée est associée à un vertex d'interaction $iV(\mathbf{q}_i)$.
Chaque vertex conserve la quantité de mouvement et l'énergie.



3. Chaque boucle fermionique est associée à un facteur -1 .
4. Chaque énergie interne $\omega_i \neq \omega$ nécessite un facteur de régularisation $e^{i\omega_i\eta}$ avec $\eta \rightarrow 0$.
5. Il faut intégrer sur toutes les quantités de mouvement et énergies internes, $\int d\omega_i / (2\pi) \int d^d k_i / (2\pi)^d$.