RAPPEL :
Fonctions de Green à *n* particules

Fonction de Green à *n* particules :

$$
\begin{aligned}
&G_{\alpha_1\ldots\alpha_n\beta_1\ldots\beta_n}(t_1,\ldots,t_n;t'_1,\ldots,t'_n)\\
=&(-i)^n\langle T\hat{\psi}_{\alpha_1}(t_1)\ldots\hat{\psi}_{\alpha_n}(t_n)\hat{\psi}^\dagger_{\beta_n}(t'_n)\ldots\hat{\psi}^\dagger_{\beta_1}(t'_1)\rangle
\end{aligned}
$$

1 particule :

$$G_{\alpha_1\beta_1}(t_1;t'_1) = -i\langle T\hat{\psi}_{\alpha_1}(t_1)\hat{\psi}^\dagger_{\beta_1}(t'_1)\rangle$$

2 particules :

$$G_{\alpha_1\alpha_2\beta_1\beta_2}(t_1,t_2;t'_1,t'_2) = -\langle T\hat{\psi}_{\alpha_1}(t_1)\hat{\psi}_{\alpha_2}(t_2)\hat{\psi}^\dagger_{\beta_2}(t'_2)\hat{\psi}^\dagger_{\beta_1}(t'_1)\rangle$$

<u>**RAPPEL :**</u>
Théorème de Wick

évaluation de $\langle T\hat{\psi}_{\alpha_1}(t_1)\psi^\dagger_{\alpha_2}(t_2)\ldots\hat{\psi}_{\alpha_{2k-1}}(t_{2k-1})\hat{\psi}^\dagger_{\alpha_{2k}}(t_{2k})\rangle$?

- k opérateurs d’annihilation et k opérateurs de création
- sans interactions !!

théorème de Wick : $\langle T\hat{\psi}_{\alpha_1}(t_1)\psi^\dagger_{\alpha_2}(t_2)\ldots\hat{\psi}_{\alpha_{2k-1}}(t_{2k-1})\hat{\psi}^\dagger_{\alpha_{2k}}(t_{2k})\rangle$

$$=\sum_P(\pm 1)^P\prod_{l=1}^{k}\langle T\hat{\psi}_{\alpha_{2l-1}}(t_{2l-1})\psi^\dagger_{\alpha_{P_{2l}}}(t_{P_{2l}})\rangle$$

$$=i^k\sum_P(\pm 1)^P\prod_{l=1}^{k}G^0_{\alpha_{2l-1}\alpha_{P_{2l}}}(t_{2l-1},t_{P_{2l}})$$

P : toutes les permutations des k opérateurs de création

<u>RAPPEL :</u>
Théorème de Wick

exemple : $k = 2$

$$
\begin{aligned}
& \langle T\hat{\psi}_{\alpha_1}(t_1)\psi^\dagger_{\alpha_2}(t_2)\hat{\psi}_{\alpha_3}(t_3)\hat{\psi}^\dagger_{\alpha_4}(t_4)\rangle \\
= \;& \langle T\hat{\psi}_{\alpha_1}(t_1)\psi^\dagger_{\alpha_2}(t_2)\rangle\langle T\hat{\psi}_{\alpha_3}(t_3)\hat{\psi}^\dagger_{\alpha_4}(t_4)\rangle \\
& - \langle T\hat{\psi}_{\alpha_1}(t_1)\psi^\dagger_{\alpha_4}(t_4)\rangle\langle T\hat{\psi}_{\alpha_3}(t_3)\hat{\psi}^\dagger_{\alpha_2}(t_2)\rangle \\
= \;& -G^0_{\alpha_1\alpha_2}(t_1,t_2)G^0_{\alpha_3\alpha_4}(t_3,t_4) + G^0_{\alpha_1\alpha_4}(t_1,t_4)G^0_{\alpha_3\alpha_2}(t_3,t_2)
\end{aligned}
$$

$\alpha \to \vec{k}$:

$$
\begin{aligned}
& \langle T\hat{\psi}_{\vec{k}_1}(t_1)\psi^\dagger_{\vec{k}_2}(t_2)\hat{\psi}_{\vec{k}_3}(t_3)\hat{\psi}^\dagger_{\vec{k}_4}(t_4)\rangle \\
= \;& -\delta_{\vec{k}_1,\vec{k}_2}\delta_{\vec{k}_3,\vec{k}_4}G^0(\vec{k}_1;t_1,t_2)G^0(\vec{k}_3;t_3,t_4) \\
& + \delta_{\vec{k}_1,\vec{k}_4}\delta_{\vec{k}_3,\vec{k}_2}G^0(\vec{k}_1;t_1,t_4)G^0(\vec{k}_3;t_3,t_2)
\end{aligned}
$$

RAPPEL :
Réponse linéaire

Fonction de réponse :

système couplé à un champ externe

$$
\begin{aligned}
H \to H_c(t) &= H + H_{\mathrm{ext}}(t) \\
&= H + A(t) f(t)
\end{aligned}
$$

$\to$ réponse linéaire :

$$\langle B(t) \rangle_{H_c} \simeq \langle B(t) \rangle_H - i \int_{-\infty}^{t} dt' \; \langle [B(t), A(t')] \rangle_H f(t')$$

<u>**RAPPEL :**</u>
Réponse linéaire

Fonction de réponse :

$$\chi_{AB}(t-t') = -i\langle[B(t), A(t')]\rangle_H \theta(t-t')$$

susceptibilité dynamique

vs $\chi^{(T)}_{AB}(t-t') = (-i)^2\langle TB(t)A(t')\rangle_H$??