

Fonctions de Green à T=0

Fonction de Green ordonnée en temps :

$$G_{\alpha\beta}(t - t') = -i\langle\phi|T\hat{\psi}_{\alpha}(t)\hat{\psi}_{\beta}^{\dagger}(t')|\phi\rangle$$

Fonction de Green retardée :

$$G_{\alpha\beta}^R(t - t') = -i\theta(t - t')\langle\phi|[\hat{\psi}_{\alpha}(t), \hat{\psi}_{\beta}^{\dagger}(t')]_{\mp}|\phi\rangle$$

Fonction de Green avancée :

$$G_{\alpha\beta}^A(t - t') = i\theta(t' - t)\langle\phi|[\hat{\psi}_{\alpha}(t), \hat{\psi}_{\beta}^{\dagger}(t')]_{\mp}|\phi\rangle$$

Invariance par translation :

conservation de la quantité de mouvement

$$G_{\alpha\beta}(t - t') \rightarrow G_{\vec{k}\vec{k}'}(t - t') = G(\vec{k}, t - t')\delta_{\vec{k},\vec{k}'}$$

Fonctions de Green à T=0

Représentation spectrale :

$H^{(N)}|\lambda^{(N)}\rangle = E_{\lambda}^{(N)}|\lambda^{(N)}\rangle$ – base complète de l'espace de Hilbert
à N particules

$$G(\vec{k}, t) = -i \sum_{\lambda} \left\{ \theta(t) e^{-i(E_{\lambda}^{(N+1)} - E_g)t} |\langle \lambda^{(N+1)} | \hat{a}_{\vec{k}}^{\dagger} | \phi \rangle|^2 \mp \theta(-t) e^{i(E_{\lambda}^{(N-1)} - E_g)t} |\langle \lambda^{(N-1)} | \hat{a}_{\vec{k}} | \phi \rangle|^2 \right\}$$

$$G^{R/A}(\vec{k}, t) = \mp i \theta(\pm t) \sum_{\lambda} \left\{ e^{-i(E_{\lambda}^{(N+1)} - E_g)t} |\langle \lambda^{(N+1)} | \hat{a}_{\vec{k}}^{\dagger} | \phi \rangle|^2 \mp e^{i(E_{\lambda}^{(N-1)} - E_g)t} |\langle \lambda^{(N-1)} | \hat{a}_{\vec{k}} | \phi \rangle|^2 \right\}$$

$$G(\vec{k}, \omega) = \sum_{\lambda} \left\{ \frac{|\langle \lambda^{(N+1)} | \hat{a}_{\vec{k}}^{\dagger} | \phi \rangle|^2}{\omega - (E_{\lambda}^{(N+1)} - E_g) + i\eta} \mp \frac{|\langle \lambda^{(N-1)} | \hat{a}_{\vec{k}} | \phi \rangle|^2}{\omega + (E_{\lambda}^{(N+1)} - E_g) - i\eta} \right\}$$

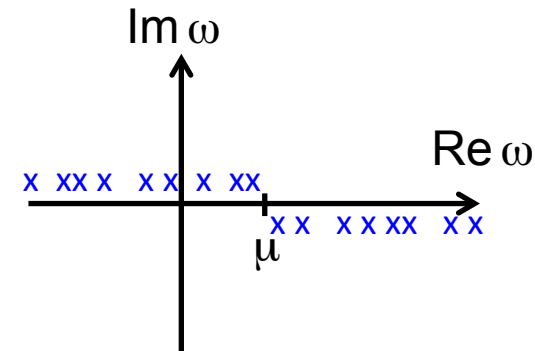
$$G^{R/A}(\vec{k}, \omega) = \sum_{\lambda} \left\{ \frac{|\langle \lambda^{(N+1)} | \hat{a}_{\vec{k}}^{\dagger} | \phi \rangle|^2}{\omega - (E_{\lambda}^{(N+1)} - E_g) \pm i\eta} \mp \frac{|\langle \lambda^{(N-1)} | \hat{a}_{\vec{k}} | \phi \rangle|^2}{\omega + (E_{\lambda}^{(N+1)} - E_g) \pm i\eta} \right\}$$

Fonctions de Green à $T=0$

Propriétés :

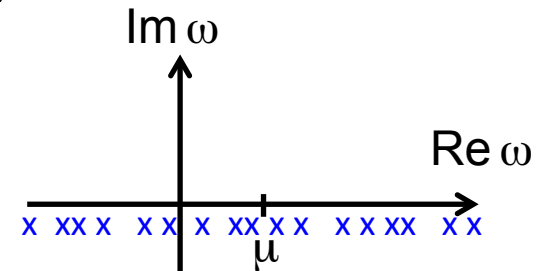
- Fonction de Green ordonnée en temps :

- pôles en dessous de l'axe réelle pour $\omega > \mu$
- pôles au dessus de l'axe réelle pour $\omega < \mu$



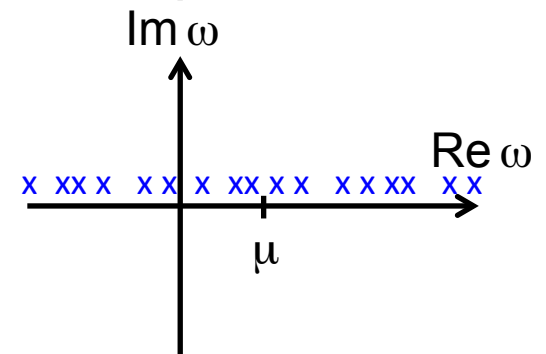
- Fonction de Green retardée :

- tous les pôles en dessous de l'axe réelle



- Fonction de Green avancée :

- tous les pôles au dessus de l'axe réelle



Fonctions de Green à T=0

Propriétés :

- partie réelle : $\Re[G(\vec{k}, \omega)] = \Re[G^R(\vec{k}, \omega)] = \Re[G^A(\vec{k}, \omega)]$
- partie imaginaire : $\Im[G^R(\vec{k}, \omega)] = -\Im[G^A(\vec{k}, \omega)]$

$$\Im[G(\vec{k}, \omega)] = \begin{cases} \pm \Im[G^{R/A}(\vec{k}, \omega)] & \omega > \mu \\ \mp \Im[G^{R/A}(\vec{k}, \omega)] & \omega < \mu \end{cases}$$

Fonctions de Green à T=0

Propriétés :

$$G(\vec{k}, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega'}{2\pi} \left\{ \frac{J_+(\vec{k}, \omega')}{\omega - \mu - \omega' + i\eta} \mp \frac{J_-(\vec{k}, \omega')}{\omega - \mu - \omega' - i\eta} \right\}$$

$$G^{R/A}(\vec{k}, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega'}{2\pi} \frac{J_+(\vec{k}, \omega') \mp J_-(\vec{k}, \omega')}{\omega - \mu - \omega' \pm i\eta}$$

avec $J_+(\vec{k}, \omega) = 2\pi \sum_{\lambda} |\langle \lambda | \hat{a}_{\vec{k}}^{\dagger} | \phi \rangle|^2 \delta(\omega - \epsilon_{\lambda}^{(N+1)})$

$$J_-(\vec{k}, \omega) = 2\pi \sum_{\lambda} |\langle \lambda | \hat{a}_{\vec{k}} | \phi \rangle|^2 \delta(\omega + \epsilon_{\lambda}^{(N-1)})$$

Kramers-Kronig relation :

$$\Re[G(\vec{k}, \omega)] = -\frac{1}{\pi} \text{P} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega' \frac{\Im[G(\vec{k}, \omega')] \text{sign}(\omega' - \mu)}{\omega - \mu - \omega'}$$