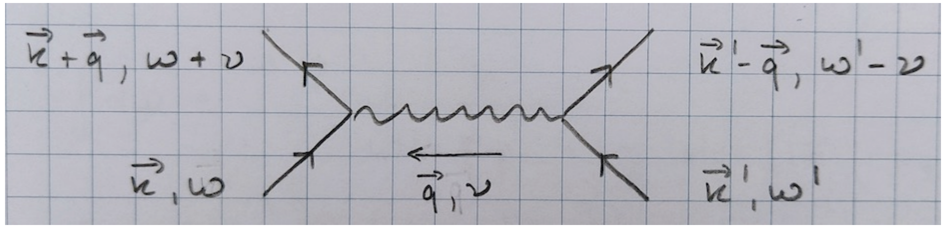
Calcul de la self-énergie: Règles de Feynman

1. Chaque ligne fermionique est associée à une fonction de Green $G^0(\mathbf{k}_i,\omega_i)$.

2. Chaque ligne ondulée est associée à un vertex d'interaction $iV(\mathbf{q}_i)$.
   Chaque vertex conserve la quantité de mouvement et l'énergie.



3. Chaque boucle fermionique est associée à un facteur -1.

4. Chaque énergie interne $\omega_i \neq \omega$ nécessite un facteur de régularisation $e^{i\omega_i\eta}$ avec $\eta \to 0$.

5. Il faut intégrer sur toutes les quantités de mouvement et énergies internes, $\int d\omega_i/(2\pi) \int d^dk_i/(2\pi)^d$.

Forme générale de la fonction de Green & Théorie du liquide de Fermi

$$G(\vec{k},\omega) = (\omega - \xi_{\vec{k}} - \Re\Sigma(\vec{k},\omega) - i\Im\Sigma(\vec{k},\omega))^{-1}$$

vs fonction de Green libre : $G_0(\vec{k},\omega) = (\omega - \xi_{\vec{k}} + i\delta_{\vec{k}})^{-1}$

1. propriétés analytiques : $\mathrm{sign}(\Im\Sigma(\vec{k},\omega)) = -\mathrm{sign}(\delta_{\vec{k}})$

2. fonction spectrale :

$$A_0(\vec{k},\omega) = \delta(\omega - \xi_{\vec{k}})$$

$$\rightarrow \quad A(\vec{k},\omega) = \frac{|\Im\Sigma(\vec{k},\omega)|}{(\omega - \xi_{\vec{k}} - \Re\Sigma(\vec{k},\omega))^2 + (\Im\Sigma(\vec{k},\omega))^2}$$

Forme générale de la fonction de Green & Théorie du liquide de Fermi

si la partie imaginaire de la self-énergie est suffisamment petite : Lorentzienne

- centrée autour de $\xi^*_{\vec{k}} = \xi_{\vec{k}} - \Re\Sigma(\vec{k}, \xi^*_{\vec{k}})$

  $\rightarrow$ énergie renormalisée des quasiparticules

- avec largeur $\Gamma_{\vec{k}} = |\Im\Sigma(\vec{k}, \xi^*_{\vec{k}})| \left(1 - \frac{\partial}{\partial\omega}\Re(\vec{k}, \omega)\Big|_{\omega=\xi^*_{\vec{k}}}\right)^{-1}$

  $\rightarrow$ temps de vie fini des quasiparticules $\tau^{qp}_{\mathbf{k}} \sim 1/\Gamma_{\mathbf{k}}$

- et poids $Z_{\vec{k}} = \left(1 - \frac{\partial}{\partial\omega}\Re(\vec{k}, \omega)\Big|_{\omega=\xi^*_{\vec{k}}}\right)^{-1}$

  $\rightarrow$ existence en plus d'un continuum
  d'excitations particule-trou incohérent