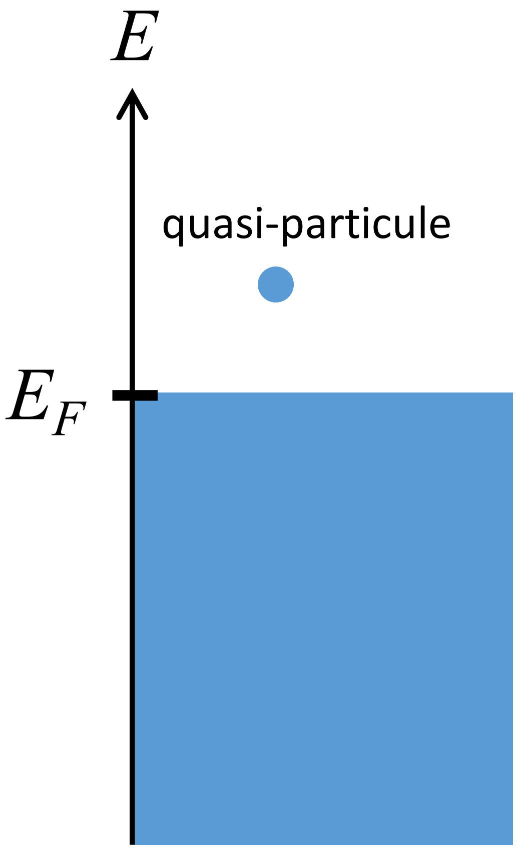
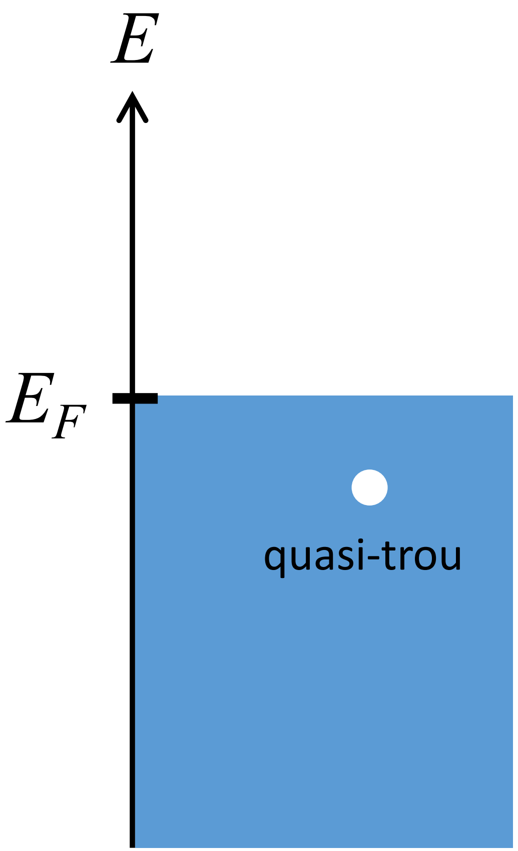
Liquide de Fermi (avec interactions)

- état fondamental : mer de Fermi
- excitations élémentaires :
  - **quasi-**particule
  - **quasi-**trou





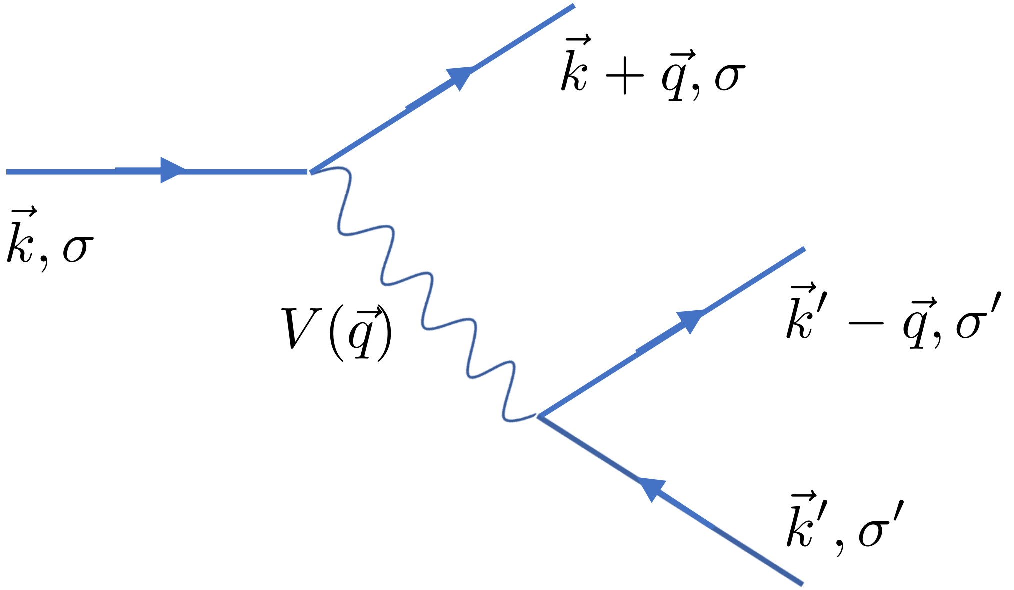
MAIS …

- interactions
  entre excitations élémentaires
- <u>temps de vie fini</u>
  <u>des excitations élémentaires</u>

Temps de vie d'une quasi-particule

règle d'or de Fermi :

$$1/\tau_{\vec{k},\sigma} = \frac{1}{hV^2} \sum_{\vec{k}',\vec{q};\sigma'} |V(\vec{q})|^2 (1 - f(\epsilon_{\vec{k}+\vec{q}}))(1 - f(\epsilon_{\vec{k}'-\vec{q}})f(\epsilon_{\vec{k}'})\delta(\epsilon_{\vec{k}} - \epsilon_{\vec{k}-\vec{q}} - \epsilon_{\vec{k}'-\vec{q}} + \epsilon_{\vec{k}'})$$



résultat : $\boxed{1/\tau_{\vec{k},\sigma} \propto \epsilon_{\vec{k}}^2}$

le temps de vie diverge
quand on s'approche
du niveau de Fermi !

Forme générale de la fonction de Green & Théorie du liquide de Fermi

$$G(\vec{k},\omega) = (\omega - \xi_{\vec{k}} - \Re\Sigma(\vec{k},\omega) - i\Im\Sigma(\vec{k},\omega))^{-1}$$

vs fonction de Green libre : $G_0(\vec{k},\omega) = (\omega - \xi_{\vec{k}} + i\delta_{\vec{k}})^{-1}$

1. propriétés analytiques : $\mathrm{sign}(\Im\Sigma(\vec{k},\omega)) = -\mathrm{sign}(\delta_{\vec{k}})$

2. fonction spectrale :

$$A_0(\vec{k},\omega) = \delta(\omega - \xi_{\vec{k}})$$

$$\rightarrow \quad A(\vec{k},\omega) = \frac{|\Im\Sigma(\vec{k},\omega)|}{(\omega - \xi_{\vec{k}} - \Re\Sigma(\vec{k},\omega))^2 + (\Im\Sigma(\vec{k},\omega))^2}$$

Forme générale de la fonction de Green & Théorie du liquide de Fermi

si la partie imaginaire de la self-énergie est suffisamment petite :

Lorentzienne

- centrée autour de $\xi^*_{\vec{k}} = \xi_{\vec{k}} - \Re\Sigma(\vec{k}, \xi^*_{\vec{k}})$

  $\rightarrow$ énergie renormalisée des quasiparticules

- avec largeur $\Gamma_{\vec{k}} = |\Im\Sigma(\vec{k}, \xi^*_{\vec{k}})| \left(1 - \frac{\partial}{\partial\omega}\Re(\vec{k}, \omega)\Big|_{\omega=\xi^*_{\vec{k}}}\right)^{-1}$

  $\rightarrow$ temps de vie fini des quasiparticules $\tau^{qp}_{\mathbf{k}} \sim 1/\Gamma_{\mathbf{k}}$

- et poids $Z_{\vec{k}} = \left(1 - \frac{\partial}{\partial\omega}\Re(\vec{k}, \omega)\Big|_{\omega=\xi^*_{\vec{k}}}\right)^{-1}$

  $\rightarrow$ existence en plus d'un continuum d'excitations particule-trou incohérent