
L3 – Mathématique pour la physique

TD 12 – Analyse Complexe III

Exercice 1

Calculer l'intégrale suivante par la méthode des résidus :

$$I = \int_0^{2\pi} \frac{1}{1 - 2a \cos \theta + a^2} d\theta$$

où a est réel et $|a| < 1$.

Aide : On effectuera un changement de variable entre θ et z ($z = e^{i\theta}$). Cela déterminera le choix du contour.

Exercice 2

Calculer les intégrales suivantes par la méthode des résidus :

$$1 - A = \int_0^{\pi} \frac{\sin^2 \theta}{2 + \sqrt{3} \cos \theta} d\theta ;$$

$$2 - B = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\cos n\theta}{2 + \cos \theta} d\theta, \text{ où } n \text{ est un entier.}$$

Aide : Pour A , on fera attention aux bornes d'intégration. Pour B , en considérant la parité de l'intégrand, on utilisera $e^{in\theta}$.

Exercice 3

Trouver la TF inverse de

$$\tilde{x}(\omega) = \frac{e^{-i\omega t_0}}{-\omega^2 + i\alpha\omega + \beta}$$

(avec $\alpha, \beta > 0$) en utilisant la méthode des résidus.