Université Joseph Fourier
L3 Physique - 2015/2016

Julia Meyer (julia.meyer@ujf-grenoble.fr)
Mourad Ismail (mourad.ismail@ujf-grenoble.fr)

L3 – Mathématique pour la physique
TD 10 – Analyse Complexe II

Exercice 1

Déterminer la nature des singularités et le développement en série de Laurent au voisinage de ces singularités des 2 fonctions suivantes :

1 - $f_1(z) = \dfrac{\cos(2z)}{z-\pi}$;

2 - $f_2(z) = z \sin\left(\dfrac{1}{z}\right)$.

Exercice 2

Soit à calculer l'intégrale suivante par la méthode des résidus :

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{1+x^4}\,\mathrm{d}x.$$

Aide : Pour cela on passera par le calcul de l'intégrale

$$I_z = \int_{\Gamma\circlearrowleft} \frac{1}{1+z^4}\,\mathrm{d}z,$$

le contour Γ étant composé du segment $[-R, R]$ et du demi-cercle $\mathcal{C}$ de rayon R centré en 0. [Justifier ce choix de contour.] On donnera le degré des pôles et on remarquera que la fonction que l'on veut intégrer est du type $P(x)/Q(x)$ où P et Q sont des polynômes.

Exercice 3

Calculer l'intégrale suivante par la méthode des résidus :

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{(1+x^2)^4}\,\mathrm{d}x.$$

Aide : On utilisera le même contour que précédemment. [Justifier ce choix de contour.] Attention au degré du pôle pour le calcul du résidu.