Ecole « Physique Quantique Mésoscopique », Cargèse 3 - 14 Septembre 2012
Cours : Systèmes hybrides – supraconductivité, états d'Andreev, effet de proximité (aspects théoriques)
Manuel Houzet

I. Théorie BCS :

Hamiltonien BCS
Paires de Cooper
Excitations élémentaires : quasiparticules de Bogoliubov
Effet de parité

II. Jonctions tunnel hybrides

1. Jonctions N/I/N
   Transmission d'un point contact atomique
2. Jonctions N/I/S
   a. Courant de quasiparticules
      Thermométrie et refroidissement
   b. Courant d'Andreev
      i. Réflexion d'Andreev, courant d'excès
      ii. Réflexion d'Andreev croisée
3. Jonctions S/I/S
   a. Courant de quasiparticules
   b. Etat lié d'Andreev
      i. Etat lié
      ii. Effets Josephson dc et ac - SQUID, marches de Shapiro
   c. Réflexions d'Andreev multiples – « structures sous le gap »
4. Jonctions S/point quantique/S
   a. Transition singulet/doublet
   b. Jonction π dans l'état doublet
   c. Compétition entre l'effet Kondo et la supraconductivité

III. Jonctions métalliques hybrides

1. Réflexions d'Andreev et réflexions d'Andreev multiples incohérentes
   a. Courant dans les jonctions N, N/S et S/N/S incohérentes
   b. Bruit en courant et charge effective
2. Effets cohérents : effet de proximité
   a. Jonctions S/N/S balistiques
      Minigap
   b. Jonctions S/I/N/I/S diffusives
      Courant critique, minigap
   c. Effet de proximité S/F
      i. Antagonisme de la supraconductivité et du magnétisme
      ii. Effet de proximité oscillant à courte portée
      iii. Effet de proximité triplet à longue portée

Systèmes hybrides – supraconductivité, États d'Andreev, effet de proximité (aspects théoriques)

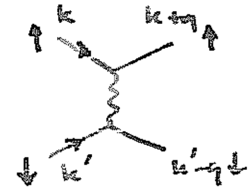
Manuel HOUZET
École Cargèse Physique Mésoscopique

I] Théorie BCS

- Hamiltonien BCS

mécanisme électron-phonon

$$H = \underbrace{\sum_{k\sigma} \xi_k a^+_{k\sigma} a_{k\sigma}}_{①} - \underbrace{|\lambda| \sum_{kk'q} a^+_{k+q\uparrow} a^+_{k'-q\downarrow} a_{k'\downarrow} a_{k\uparrow}}_{②}$$



① métal normal
$\xi_k = \frac{k^2}{2m} - \mu$: grand canonique
$\sigma = \uparrow, \downarrow$ spin

② attraction entre les électrons, canal d'interaction singulet

$$\left[-|\lambda| \int dr\, \psi^+_\uparrow(r) \psi^+_\downarrow(r) \psi_\downarrow(r) \psi_\uparrow(r) = -|\lambda| \int dr\, n_\uparrow(r) n_\downarrow(r) \right]$$

- champ moyen $\Delta = -|\lambda| \sum_k \langle a_{-k\downarrow} a_{k\uparrow} \rangle$ → moyenne quantique-statistique; nombre complexe

↳ formation de paires de Cooper de 2 électrons de spins et quantités de mvt opposés

- $a_{k'\downarrow} a_{k\uparrow} \simeq \langle a_{-k\downarrow} a_{k\uparrow} \rangle \delta_{-kk'} + \underbrace{a_{k'\downarrow} a_{k\uparrow} - \langle a_{-k\downarrow} a_{k\uparrow} \rangle \delta_{kk'}}_{\text{"petit"}}$

↳ $H = \sum_{k\sigma} \xi_k a^+_{k\sigma} a_{k\sigma} + \Delta \sum_k a^+_{k\uparrow} a^+_{-k\downarrow} + \Delta^* \sum_k a_{-k\downarrow} a_{k\uparrow}$ + cste on oublie !

Hamiltonien quadratique, donc diagonalisable facilement !

$$H = \sum_k \left(a^+_{k\uparrow} \; a_{-k\downarrow} \right) \underbrace{\begin{pmatrix} \xi_k & \Delta \\ \Delta^* & -\xi_k \end{pmatrix}}_{} \begin{pmatrix} a_{k\uparrow} \\ a^+_{-k\downarrow} \end{pmatrix}$$

↳ grand canonique car hamiltonien en champ moyen ne conserve pas le nombre d'électrons.

$$h = \xi_k \tau_3 + \Delta' \tau_1 - \Delta'' \tau_2$$
$$= e^{i\frac{\varphi}{2}\tau_3} (\xi_k + |\Delta| \tau_1) e^{-i\frac{\varphi}{2}\tau_3}$$
$$= e^{i\frac{\varphi}{2}\tau_3} e^{-i\frac{\theta_k}{2}\tau_2} E_k \tau_3 e^{i\frac{\theta_k}{2}\tau_2} e^{-i\frac{\varphi}{2}\tau_3}$$

$$\begin{cases} E_k = \sqrt{\xi_k^2 + |\Delta|^2} \\ \tan\theta_k = \frac{|\Delta|}{\xi_k} \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} \alpha_{k\uparrow} \\ \alpha^+_{-k\downarrow} \end{pmatrix} = e^{i\frac{\theta_k}{2}\tau_2} e^{-i\frac{\varphi}{2}\tau_3} \begin{pmatrix} a_{k\uparrow} \\ a^+_{-k\downarrow} \end{pmatrix}$$

i.e. $H = \sum_k E_k \left(\alpha^+_{k\uparrow} \alpha_{k\uparrow} - \alpha_{-k\downarrow} \alpha^+_{-k\downarrow} \right)$

$$= \boxed{\sum_{k\sigma} E_k \alpha^+_{k\sigma} \alpha_{k\sigma}}$$

avec $\alpha_{k\sigma} = u_k e^{\mp i\frac{\varphi}{2}} a_{k\sigma} - \sigma v_k e^{\pm i\frac{\varphi}{2}} a^+_{-k\bar\sigma}$

$$\boxed{a_{k\sigma} = e^{\pm i\frac{\varphi}{2}} \left(u_k \alpha_{k\sigma} + \sigma v_k \alpha^+_{-k\bar\sigma} \right)}$$

= transformation de Bogoliubov

$$u_k = \cos\frac{\theta_k}{2} = \sqrt{\frac{1}{2}\left(1+\frac{\xi_k}{E_k}\right)}$$

$$v_k = \sin\frac{\theta_k}{2} = \sqrt{\frac{1}{2}\left(1-\frac{\xi_k}{E_k}\right)}$$

NB: $\cos\theta_k = \frac{\xi_k}{E_k} = u_k^2 - v_k^2$ ✓

- Etat fondamental = condensat de paires de Cooper

  φ = phase d'une fonction d'onde associée à cette paire de charge $(-2e)$ [cf. éq de Schrödinger]

  ↪ combinaisons invariantes de jauge $\partial_t\varphi - \frac{2e}{\hbar}V$, $\partial_r\varphi + \frac{2e}{\hbar c}A$ en présence d'un potentiel électrique ou vecteur.

  [on peut rendre cet argument rigoureux.] →

  ex: $H = \sum_{k\sigma}(\xi_k - eV)a^+_{k\sigma}a_{k\sigma} + H_\Delta$

  $H' = U^+ H U - iU^+\dot{U}$

  avec $U = e^{i\frac{\varphi}{2}\sum_k a^+_k a_k}$

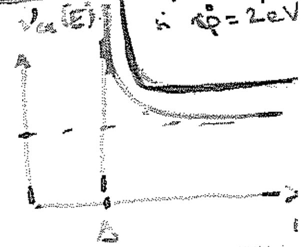
  → V disparaît si $\dot{\varphi} = 2eV$

- Gap dans le spectre des excitations:

$$\nu_{ex}(E) = \sum_k \delta(E - E_k) \quad \text{par spin}$$

$$= \nu_0 \int d\xi\, \delta\left(E - \sqrt{|\Delta|^2 + \xi^2}\right)$$

$$= 2\nu_0 \frac{E}{\sqrt{E^2 - |\Delta|^2}}\,\theta(E - |\Delta|)$$



NB: $\boxed{\int dE\, \nu_S(E) = \int dE\, \nu_N(E) \;!}$

NB: • état N:

$\lvert k\rvert > k_F$	$E_k = \xi_k$	$u_k = 1$	$v_k = 0$	"particule"
$\lvert k\rvert < k_F$	$E_k = -\xi_k$	$u_k = 0$	$v_k = 1$	"trou"

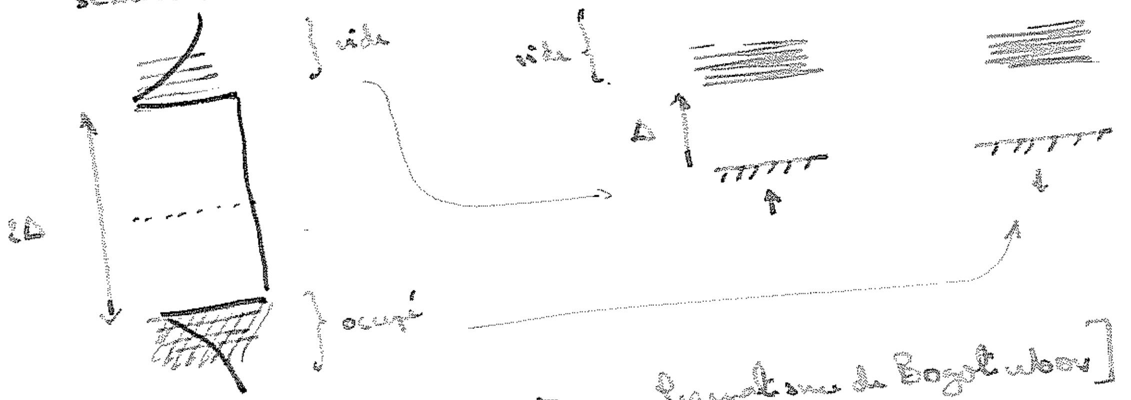
• état S : mélange d'électrons et de trous ! —

- Représentations équivalentes

semiconducteur — quasiparticules

$$\nu_S(E) = \frac{1}{2}\left[\nu_{ex}(E) + \nu_{ex}(-E)\right]$$

$$= \nu_0 \frac{|E|}{\sqrt{E^2 - \Delta^2}}\,\theta(|E| - |\Delta|)]$$



[symétrie électron/trou sous-jacente aux formules de Bogoliubov]

- Paire de Cooper brisée → Gap 2Δ (spectroscopie optique)

  injection ou extraction d'électron → gap Δ (transport)

- Effet de parité ?

Grand canonique → canonique : N fixé

Théorie BCS marche si les fluctuations quantiques sont petites

critère : écart moyen entre niveaux $\delta \ll \Delta$ $\qquad \delta = \frac{1}{\nu_0 V}$

i.e. $1 \ll \nu_0 L^3 \Delta = m k_F L^3 \Delta = \frac{L^3}{\lambda_F^2 \xi_S}$

$$L \gg (\xi_S \lambda_F^2)^{1/3} \qquad \xi_S \sim \frac{v_F}{\Delta} \quad \text{longueur de cohérence supra}$$

N paire : condensat de paires de Cooper $\qquad E = E_{cond}$

N impaire : condensat + 1 excitation $\qquad E = E_{cond} + \Delta$

Effet de parité dès que $T < \Delta$?? <u>NON</u>

$$Z_{even} = 1$$
$$Z_{odd} = \sum_{k\sigma} e^{-\frac{E_k}{T}} \simeq 2\nu_0 V \int d\xi \, e^{-\frac{\Delta + \xi^2/2\Delta}{T}} \quad T \ll \Delta$$
$$\simeq 2\nu_0 V \sqrt{2\pi T \Delta}\, e^{-\frac{\Delta}{T}}$$

$$F_{odd} - F_{even} = -T \ln Z_{odd} + T \ln Z_{even}$$
$$= \Delta - T \ln \frac{\sqrt{8\pi T \Delta}}{\delta}$$

i.e. $T^* \sim \frac{\Delta}{\ln \Delta/\delta} \ll \Delta$!

- Δ fixé par une équation d'autocohérence : (cf. champ moyen)

$$\Delta = +|\lambda| \sum_k e^{i\varphi} u_k v_k \,\mathrm{th}\, \frac{E_k}{2T} \qquad u_k v_k = \frac{|\Delta|}{2E_k}$$

$$1 = \frac{|\lambda|}{2} \sum_k \frac{1}{E_k} \mathrm{th} \frac{E_k}{2T} \Rightarrow \Delta(T)$$

divergence log → coupure à hautes énergies (Ω_D)

<u>NB</u> : <u>Régime considéré</u> :

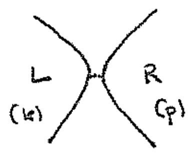
$$\delta_L \ll \Delta \ll \Omega_D, E_F$$

énergie de Fermi

cut-off pour l'interaction d'appariement (fréquence de Debye pour mécanisme électrons-phonons)

II] Jonctions tunnel hybrides

1) Jonction N/I/N



$$H = \sum_{k\sigma} \xi_k a^+_{k\sigma} a_{k\sigma} + \sum_{p\sigma} \xi_p b^+_{p\sigma} b_{p\sigma} + H_T$$

$$H_T = t \sum_{kp\sigma} a^+_{k\sigma} b_{p\sigma} + h.c.$$

correspond à un contact ponctuel $H_T \propto t\, \psi^+_L(x=0)\, \psi_R(x=0) + h.c.$

Règle d'or de Fermi :

$$\Gamma_{L\to R} = 2\pi \sum_{kp\sigma} |t|^2 f_k (1 - f_p)\, \delta(\xi_k - \xi_p - eV)$$

$$\Gamma_{R\to L} = 2\pi \sum_{kp\sigma} |t|^2 f_p (1 - f_k)\, \delta(\xi_k - \xi_p - eV)$$

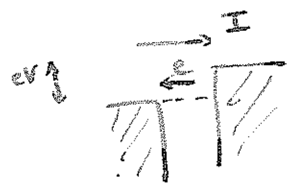
$V = V_L - V_R$

$(e>0)$

$\cancel{f_k = f(\xi_k - eV_L)}$

$\cancel{f_p = f(\xi_p - eV_p)}$

$f_k = f(\xi_k) = \dfrac{1}{1 + e^{\xi_k/T}}$ fonction de Fermi



$$I = -e\left(\Gamma_{L\to R} - \Gamma_{R\to L}\right)$$

$$= -4\pi e \sum_{kp} |t|^2 (f_k - f_p)\, \delta(\xi_k - \xi_p - eV)$$

$$= 4\pi e^2 \nu_L \nu_R |t|^2 \times V$$

$$G_N = \frac{2e^2}{h} \cdot D$$

(D jamais par confondre avec la température !)

transmission $D = 4\pi^2 \nu_L \nu_R |t|^2 \ll 1$

Remarque : * ordres supérieurs en t : $D = \dfrac{4\pi^2 \nu_L \nu_R |t|^2}{(1 + \pi^2 \nu_L \nu_R |t|^2)^2}$ $0 < D < 1$

* Hamiltonien tunnel
généralisable à des jonctions étendues (multicanal)

2) Jonction N|I|S

a) courant de quasiparticules

$$H = \sum_{k\sigma} \xi_k a^+_{k\sigma} a_{k\sigma} + \sum_{p\sigma} \varepsilon_p \beta^+_{p\sigma} \beta_{p\sigma} + H_T$$

$$H_T = t e^{i\varphi/2} \sum_{kp\sigma} a^+_{k\sigma} \left[u_p \beta_{p\sigma} + \sigma v_p \beta^+_{p\bar\sigma} \right] + h.c.$$

choix de jauge
$\begin{cases} V_R = 0 \\ \varphi = \text{cste} \end{cases}$

Règle d'or de Fermi : la phase supra ne joue pas de rôle

$$\Gamma_{L\to R} = 2\times 2\pi \sum_{kp} |t|^2 \left[u_p^2 f_k(1-f_p)\,\delta(\xi_k-\varepsilon_p-eV) + v_p^2 f_k f_p\,\delta(\xi_k+\varepsilon_p-eV)\right]$$

$$\Gamma_{R\to L} = 2\times 2\pi \sum_{kp} |t|^2 \left[u_p^2 (1-f_k) f_p\,\delta(\xi_k-\varepsilon_p-eV) + v_p^2 (1-f_k)(1-f_p)\,\delta(\xi_k+\varepsilon_p-eV)\right]$$

$f_k = f(\xi_k)$ $\qquad \nu_N(\xi) = \sum_k \delta(\xi-\xi_k)$ $\qquad$ seul 1/2 survit à la somme sur p.

$f_p = f(\varepsilon_p)$ $\qquad \nu_{S,ex}(E) = \sum_p \delta(E-E_p)$

$$\Gamma_{L\to R} = 2\pi|t|^2 \int_0^{\infty} dE \int_{-\infty}^{+\infty} d\xi\, \nu_N(\xi)\, \nu_{S,ex}(E) \Big\{ f(\xi)[1-f(E)]\,\delta(\xi-E-eV) + f(\xi)\,f(E)\,\delta(\xi+E-eV)\Big\}$$

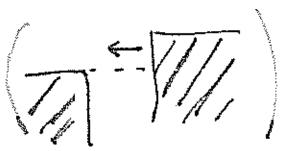
$$\cancel{= 2\pi|t|^2 \int_0^{\infty} dE \int_{-\infty}^{+\infty} d\xi\, \nu_N(\xi) \left[\nu_{S,ex}(E) + \nu_{S,ex}(-E)\right] f(\xi)[1-f(E)]\,\delta(\xi-E-eV)}$$

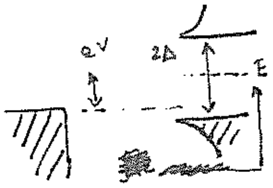
$$\cancel{= 2\pi|t|^2 \int_{-\infty}^{+\infty} dE\, d\xi\, \nu_N(\xi)\, \nu_S(E)\, f(\xi)[1-f(E)]\,\delta(\xi-E-eV)}$$

$$= 2\pi|t|^2 \int_{-\infty}^{+\infty} d\xi \int_{-\infty}^{+\infty} dE\, \nu_N(\xi)\, \underbrace{\nu_{S,ex}(|E|)}_{2\nu_S(E)}\, f(\xi)\,[1-f(E)]\,\delta(\xi-E-eV)$$

$$I = -e\left(\Gamma_{L\to R} - \Gamma_{R\to L}\right)$$

$$= \frac{G_N}{e} \int dE\, \frac{|E|}{\sqrt{E^2-\Delta^2}} \left[f(E) - f(E+eV) \right]$$



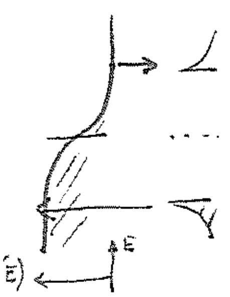


⇒ Courant ∝ convolution de DOS pondérées par distributions de Fermi des réservoirs

⇒ • à $T=0$ seuil Δ pour le passage du courant

$$I = \frac{G_N}{e} \frac{eV}{\sqrt{(eV)^2-\Delta^2}}\, \theta(|eV|-\Delta)$$

Plus généralement : <u>mesure de DOS</u>



• à $T \ll \Delta$ $\quad \left.\frac{\partial I}{\partial V}\right|_{V\to 0} \propto e^{-\frac{\Delta}{T}}$ (quasiparticules résiduelles)

↳ <u>mesure précise de température</u> (thermométrie)

(plus généralement : mesure de fonction de distrib. hors équilibre)

→ transport thermique

$$\Gamma^{h}_{\text{out of } L} = 2\pi \sum_{kp\sigma} |t|^2 \xi_k \left(f_k[1-f_p] - f_p[1-f_k]\right) \delta(\xi_k - \xi_p - eV)$$

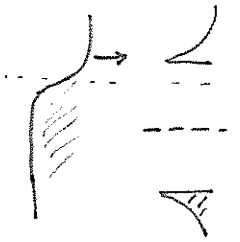
$$\Gamma^{h}_{\text{out of } R} = 2\pi \sum_{kp\sigma} |t|^2 \xi_p \left[f_p(1-f_k) - f_k(1-f_p)\right] \delta(\xi_k - \xi_p - eV)$$

i) $\Gamma^{h}_{\text{out of } L} + \Gamma^{h}_{\text{out of } R} = -I(V)\times V$ Joule heating : chaleur déposée dans les réservoirs !

ii) état N : $\Gamma_{\text{out of } L} = 4\pi |t|^2 \nu_L \nu_R \int d\xi \, \xi \left[f(\xi) - f(\xi - eV)\right] = \Gamma_{\text{out of } R} = -\frac{1}{2} I \cdot V$

iii) état S : $\Gamma_{\text{out of } N} = 4\pi |t|^2 \nu_L \nu_R \int d\varepsilon \frac{|\varepsilon|}{\sqrt{\varepsilon^2 - \Delta^2}} (\varepsilon + eV)\left[f(\varepsilon + eV) - f(\varepsilon)\right]$

$$\simeq 4\pi |t|^2 \nu_L \nu_R \int_{-\infty}^{-\Delta} d\varepsilon \, (eV - \Delta) \sqrt{\frac{\Delta}{2(-\varepsilon - \Delta)}} \left[f(\varepsilon + eV) - 1\right]$$



$T \ll \Delta - eV \ll \Delta$ $\Gamma_{\text{out of } N} = D\sqrt{\pi \Delta T / 2}\,(\Delta - eV)\, e^{-\frac{\Delta - eV}{T}}$

$\boxed{\Gamma_{\text{out of } N} > 0}$ ⇒ les particules "chaudes" s'échappent de N

<u>refroidissement</u>

b) <u>Courant d'Andreev</u>

- $eV, kT \ll \Delta$: on néglige les quasiparticules thermiquement activées

excitations virtuelles possibles dans S :

$$H = \sum_{k\sigma} \xi_k a^+_{k\sigma} a_{k\sigma} + \underbrace{\sum_{p\sigma} \varepsilon_p \beta^+_{p\sigma} \beta_{p\sigma}}_{\text{énergie} > \Delta} + H_T = H_N + H_S + H_T$$

$$H_{\text{eff}} = H_N - H_T \frac{1}{H_S + H_N} H_T$$ au second ordre en H_T

↑ contribution négligeable $\xi_k \sim eV, kT \ll \Delta \sim \varepsilon_p$

~~$H_{\text{eff}} = \ldots \sum_{kp\sigma} t e^{i\varphi} a^+_{k\sigma}[u_p \beta_{p\sigma} - \sigma v_p \beta^+_{p\bar{\sigma}}]$~~

$$H_T = t e^{i\frac{\varphi}{2}} \sum_{kp\sigma} a^+_{k\sigma}\left[u_p \beta_{p\sigma} + \sigma v_p \beta^+_{p\bar{\sigma}}\right] + t^* e^{-i\frac{\varphi}{2}} \sum_{kp\sigma} \left[u_p \beta^+_{p\sigma} + \sigma v_p \beta_{p\bar{\sigma}}\right] a_{k\sigma}$$

$$= \sum_{kp\sigma} \left(\sigma t e^{i\frac{\varphi}{2}} v_p a^+_{k\bar{\sigma}} + t^* e^{-i\frac{\varphi}{2}} u_p a_{k\sigma}\right) \beta^+_{p\sigma} + \text{h.c.}$$

$$H_T^{eff} = -\sum_{kqp\sigma} \left(\sigma t e^{i\frac{\varphi}{2}} v_p a^+_{k\bar\sigma} + t^* e^{-i\frac{\varphi}{2}} u_p a_{k\sigma}\right) \frac{1}{\varepsilon_p} \left(\sigma t^* e^{-i\frac{\varphi}{2}} v_p a_{q\bar\sigma} + t e^{i\frac{\varphi}{2}} u_p a^+_{q\sigma}\right)$$

$$= -\sum_{kq\sigma} t^2 e^{i\varphi} \left(\sum_p \frac{u_p v_p}{\varepsilon_p}\right) a^+_{k\bar\sigma} a^+_{q\sigma} + h.c.$$

$$- \sum_{kq\sigma} |t|^2 \underbrace{\left(\sum_p \frac{v_p^2 - u_p^2}{\varepsilon_p}\right)}_{=0} a^+_{k\sigma} a_{q\sigma}$$

$$\sum_p \frac{u_p v_p}{\varepsilon_p} = \nu \int d\xi \, \frac{\Delta}{2E^2} = \frac{\nu}{2} \cdot \frac{2i\pi\Delta}{2i\Delta}$$

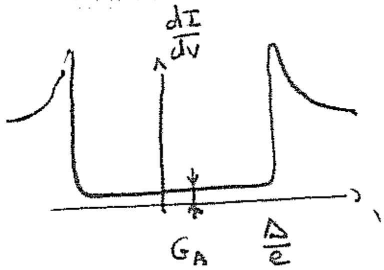
$$= \sum_{kq} \pi \nu_S t^2 e^{i\varphi} a^+_{k\uparrow} a^+_{q\downarrow} + h.c.$$

{ annihilation/création de deux électrons dans un état singulet ~~[illegible]~~ (énergie $\ll \Delta$)

• Courant obtenu avec une règle d'or de Fermi :

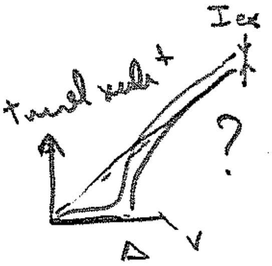
$$\overrightarrow{\Gamma}_A = 2\pi \sum_{kq} \left(\pi \nu_S |t|^2\right)^2 f_k f_q \, \delta(\xi_k + \xi_q - 2eV)$$

$$\overleftarrow{\Gamma}_A = 2\pi \sum_{kq} \left(\pi \nu_S |t|^2\right)^2 (1-f_k)(1-f_q) \, \delta(\xi_k + \xi_q - 2eV)$$



$$I_A = -2e\left(\overrightarrow{\Gamma}_A - \overleftarrow{\Gamma}_A\right) = 8\pi e^2 \left(\pi \nu_S |t|^2\right)^2 \nu_N^2 V$$

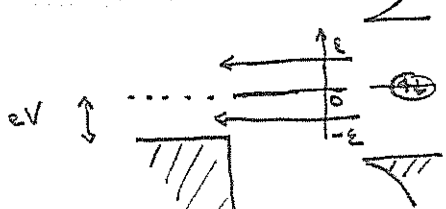
$$G_A = \frac{4e^2}{\hbar} \left(\frac{D}{2}\right)^2$$ { indépendant de T et eV : courant sous le gap.



($\Longrightarrow$ signature : "courant d'excès"

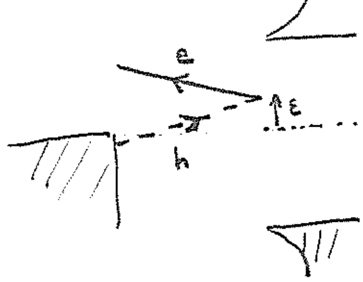
$\Longrightarrow$ réflexion d'Andreev :

. paire de Cooper transférée en paire de deux électrons dans un état singulet et d'énergies opposées par rapport au potentiel chimique du supraconducteur



$0 < \varepsilon < eV$

représentation équivalente :



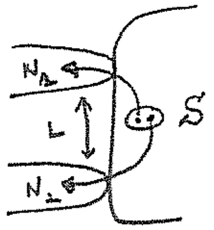
$\boxed{\text{trou réfléchi en électron à la même énergie}}$

pentes $\pm eV$ pour e et h

$\Longrightarrow$ ordres supérieurs : $G_A = \frac{4e^2}{h} R_A$ $\qquad R_A = \left(\frac{D}{2-D}\right)^2$

doublement de la conductance si $D = 1$

$\Longrightarrow$ réflexion d'Andreev croisée



séparation spatiale de la paire de Cooper possible si $L \lesssim \xi_S = \frac{v_F}{\Delta}$

production d'une paire intriquée

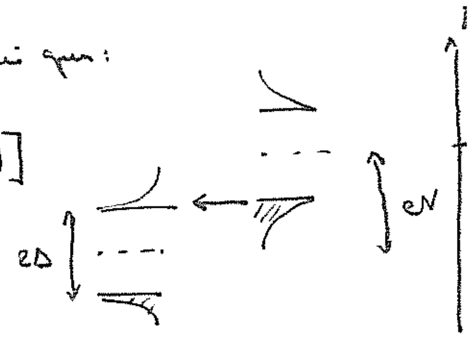
$(a^+_{1\uparrow} a^+_{2\downarrow} - a^+_{1\downarrow} a^+_{2\uparrow})|vac\rangle$

3) Jonction S/I/S

a) courant de quasiparticules

On peut démontrer à nouveau avec la règle d'or de Fermi que :

$$I = \frac{G_N}{e}\int dE \, \frac{\nu(E)\,\nu(E+eV)}{\nu_0^2}\left[f(E) - f(E+eV)\right]$$



à $T=0$ seuil de courant à $eV_{th} = 2\Delta$:

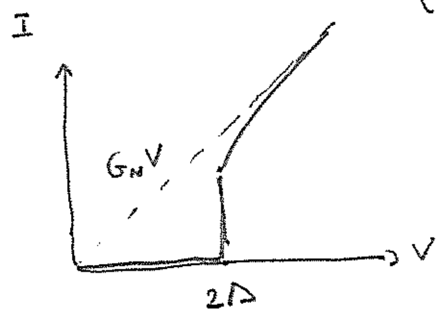
$eV \gtrsim \Delta$
$$I = \frac{G_N}{e}\int_{\Delta-eV}^{-\Delta} dE \, \frac{|E(E+eV)|}{\sqrt{(E^2-\Delta^2)((E+eV)^2-\Delta^2)}}$$

$$\approx \frac{G_N\Delta}{2e}\int_{\Delta-eV}^{-\Delta} dE \, \frac{1}{\sqrt{(-E-\Delta)(E+eV-\Delta)}}$$

$$\approx \frac{G_N\Delta}{2e}\int_{0}^{eV-2\Delta} d\varepsilon \, \frac{1}{\sqrt{(eV-2\Delta-\varepsilon)\cdot\varepsilon}}$$

$$\approx \frac{G_N\Delta}{2e}\int_{0}^{1} \frac{dx}{\sqrt{x(1-x)}}$$

$$\approx \left(\frac{\pi}{4}\right)\cdot G_N \times \frac{2\Delta}{e}$$



NB : pas de courant d'excès dans la limite $D \to 0$

b) Etat lié d'Andreev - Effet Josephson

- $H = \sum_{k\sigma} \epsilon_k \alpha^+_{k\sigma} \alpha_{k\sigma} + \sum_{p\sigma} \epsilon_p \beta^+_{p\sigma} \beta_{p\sigma} + H_T$

$$H_T = t e^{-i\varphi/2} \sum_{kp\sigma} \left[u_k \alpha^+_{k\sigma} + \sigma v_k \alpha_{k\bar\sigma} \right] \left[u_p \beta_{p\sigma} + \sigma v_p \beta^+_{p\bar\sigma} \right] + h.c.$$

$\varphi = \varphi_L - \varphi_R$

On considère des quasiparticules voisines du gap, $\epsilon_k \approx \Delta + \frac{\xi_k^2}{2\Delta}$ $u_k, v_k \approx \frac{1}{\sqrt{2}}$

Δ grand : restriction à un sous-espace à une quasiparticule au plus :

$$H_T \approx \frac{t e^{-i\frac{\varphi}{2}}}{2} \sum_{kp\sigma} \left(\alpha^+_{k\sigma} \beta_{p\sigma} - \beta^+_{p\sigma} \alpha_{k\sigma} \right) + h.c.$$

(t réel pour simplifier)

$$= -it \sin\frac{\varphi}{2} \sum_{kp\sigma} \left(\alpha^+_{k\sigma} \beta_{p\sigma} - \beta^+_{p\sigma} \alpha_{k\sigma} \right)$$

On pose
$$\gamma_{k\sigma} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\alpha_{k\sigma} + i \beta_{k\sigma} \right)$$
$$\delta_{k\sigma} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\alpha_{k\sigma} - i \beta_{k\sigma} \right)$$

$$H = \sum_{k\sigma} \epsilon_k \left(\gamma^+_{k\sigma} \gamma_{k\sigma} + \delta^+_{k\sigma} \delta_{k\sigma} \right) + \sum_{kq\sigma} t \sin\frac{\varphi}{2} \left(-\gamma^+_{k\sigma} \gamma_{q\sigma} + \delta^+_{k\sigma} \delta_{q\sigma} \right)$$

équivalent au Hamiltonien à 1d : $H = \frac{p^2}{2m} \pm U \delta(x)$
existence d'un état lié si $U < 0$

$$|\psi\rangle = \sum_k C_k \gamma^+_{k\uparrow} |vac\rangle$$

$$(E - E_k) C_k + \sum_q t \sin\frac{\varphi}{2} C_q = 0$$

$$1 = t \sin\frac{\varphi}{2} \sum_k \frac{1}{E_k - E}$$

$$\approx t \sin\frac{\varphi}{2} \sum_k \frac{1}{\Delta - E + \frac{\xi_k^2}{2\Delta}}$$

solution $E < \Delta$ si $t \sin\frac{\varphi}{2} > 0$ i.e. $0 < \varphi < \pi$ pour $t > 0$

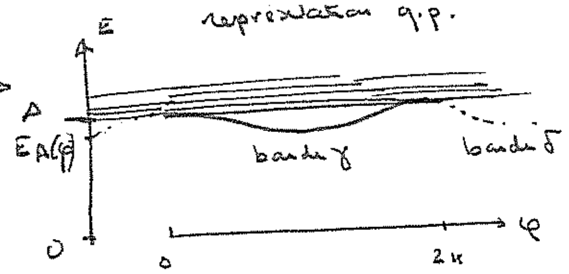
$$1 = \nu_s \pi t \sin\frac{\varphi}{2} \sqrt{\frac{2\Delta}{\Delta - E}}$$

i.e. $E_A = \Delta - 2\Delta (\pi \nu_s t)^2 \sin^2\frac{\varphi}{2} = \Delta \left(1 - \frac{D}{2} \sin^2\frac{\varphi}{2} \right)$

changement du seuil d'excitation ⟷ changement de l'énergie totale

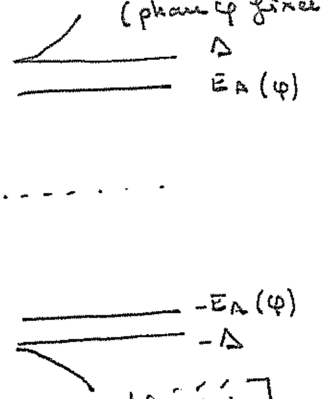
× doublement dégénéré en spin

× état lié change de la bande γ à δ pour $\varphi = 2\pi n$ (n entier) représentation q.p.



[avec dégénérescence de spin]

semiconducteur (phase φ fixée)



[non dégénérée]

à l'équilibre : $T=0$

$E_J = -E_A(\varphi)$ + contribution du continuum (indépendante de la phase)

Effets Josephson :

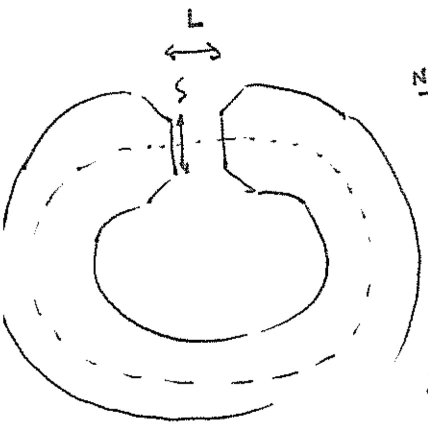
$$I = \frac{2e}{\hbar}\frac{dE_J}{d\varphi} = \frac{2e}{\hbar}\frac{\Delta T}{4}\sin\varphi = I_c \sin\varphi$$

$$\boxed{I_c = \frac{\pi}{2}\frac{G_N \Delta}{e}}$$

courant non dissipatif = effet Josephson DC

relation d'Ambegaokar - Baratoff $eR_N I_c \sim$ échelle d'énergie

à T fini : $E_J = -E_A(\varphi)\,\mathrm{th}\,\frac{E_A(\varphi)}{2T} \Rightarrow \boxed{I_c \simeq \frac{\pi}{2} G_N \Delta\, \mathrm{th}\frac{\Delta}{2T}}$



NB : $\begin{cases} du = -\frac{1}{c}\vec{J}\cdot d\vec{A} \\ I = \vec{J}\cdot\vec{S} = -\frac{dE_J}{c\,L\,dA} = \frac{2e}{\hbar}\frac{dE_J}{d\varphi} \end{cases}$ u densité d'énergie

$$\nabla\varphi + \frac{2eA}{\hbar c} = 0$$

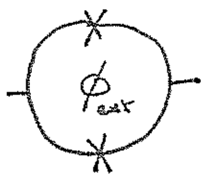
$$d\varphi = -\frac{2e\,dA\,L}{\hbar c}$$

De plus : $\partial_t\varphi - \frac{2e}{\hbar}V = 0$ $\qquad \dot\varphi = \frac{2eV}{\hbar}$

V constant $\varphi = \frac{2eV}{\hbar}t = \omega_J t$

$\boxed{I = I_c \sin\omega_J t}$ effet Josephson ac

squid



$$I = I_c\sin\varphi + I_c\sin\left(\varphi + 2\pi\frac{\phi}{\phi_0}\right)$$

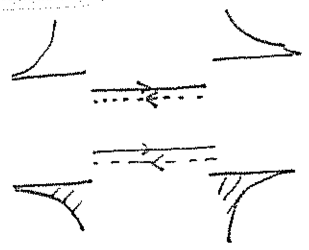
$$\boxed{I_c^{tot} \simeq I_c\left|\sin \pi\frac{\phi_{ext}}{\phi_0}\right|} \qquad \boxed{\phi_0 = \frac{h}{2e}}$$

Shapiro $V = V_{dc} + V_{ac}\cos\omega t$

$$\varphi = \frac{2eV_{dc}}{\hbar}t + \frac{2eV_{ac}}{\hbar\omega}\sin\omega t + \mathrm{cte}$$

$\Rightarrow$ pics de courant dc quand $\boxed{\omega = n\,\omega_J}$

Jonction balistique



- deux reflections d'Andreev successives
- phase acquise à la reflection:

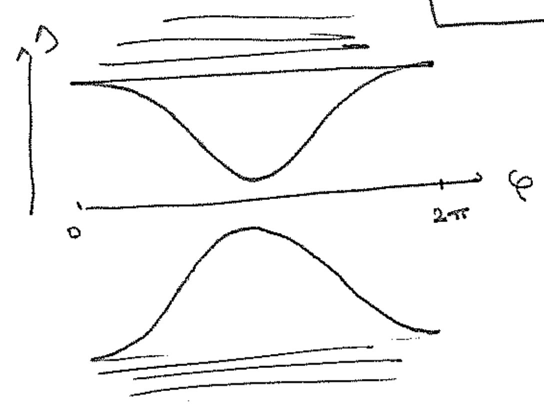
$$\frac{v(E)}{u(E)} = \sqrt{\frac{E-\xi}{E+\xi}} = \frac{E - i\sqrt{\Delta^2-E^2}}{\Delta}$$

est une phase pour $|E| < \Delta$

quantification de Bohr-Sommerfeld:

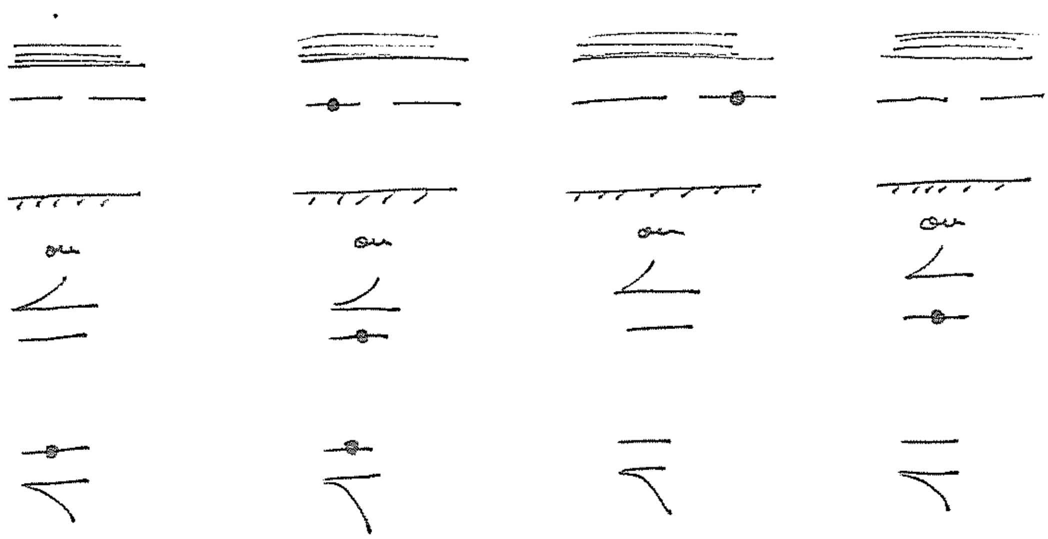
$$2n\pi = \varphi + 2\arccos\frac{E}{\Delta} \Rightarrow \boxed{E = \pm\Delta\cos\frac{\varphi}{2}}$$

cas intermédiaires: $\boxed{E_A = \pm\Delta\sqrt{1 - T\sin^2\frac{\varphi}{2}}}$



La relation courant-phase hautement non sinusoïdale.

Etats hors d'équilibre:



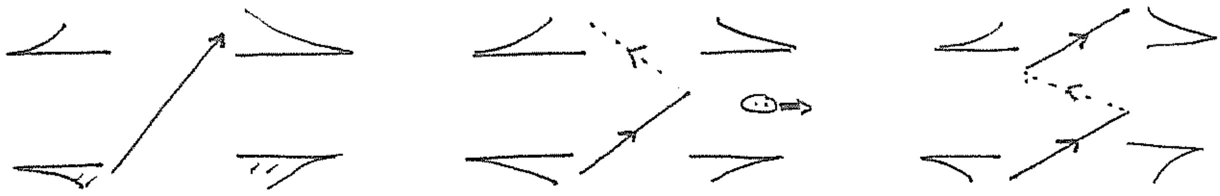
$\vert GS\rangle$	$\gamma^{+}_{A\uparrow}\vert GS\rangle$	$\gamma^{+}_{A\downarrow}\vert GS\rangle$	$\gamma^{+}_{A\uparrow}\gamma^{+}_{A\downarrow}\vert GS\rangle$
$E = -E_A$	0	0	$+E_A$
$I = I_J$	0	0	$-I_J$

"quasiparticle poisoning"

"jonction π" hors d'équilibre
$I = -I_c\sin\varphi = I_c\sin(\varphi+$

c) Reflexion d'Andreev multiples

- courant sous le seuil ?



$eV > 2\Delta$ $\qquad$ $eV > \Delta$ $\qquad$ $eV > \frac{2\Delta}{3}$

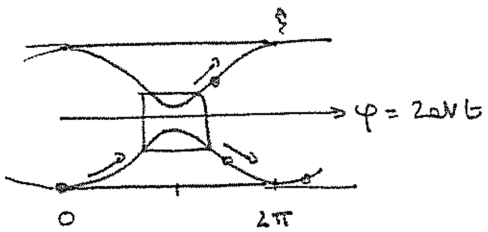
i.e. nouveaux canaux de courant dès que $eV_n = \frac{2\Delta}{n}$

($n = \frac{2\Delta}{eV}$ nombre de reflections d'Andreev)

"résonance MAR" dans la caractéristique I-V

- $V \to 0$

Junction balistique



$\frac{\varphi}{2}$

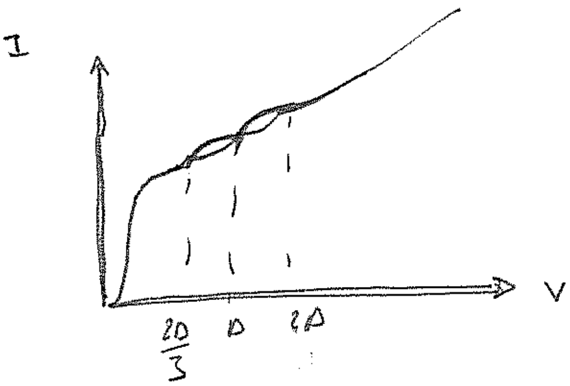
$$H = \begin{pmatrix} \Delta eVt & \Delta\sqrt{R} \\ \Delta\sqrt{R} & -\Delta eVt \end{pmatrix}$$ au vois. de $\varphi \simeq \pi$

Landau Zener

$$P_{LZ} = e^{-\frac{R\Delta}{eV}}$$

$$IV = \frac{2\Delta}{T_J} P_{LZ} \qquad T_J = \frac{2\pi}{2eV}$$

$$I \simeq \frac{2}{\pi} \Delta e^{-\frac{R\Delta}{eV}}$$



"Sub Gap Structure" (SGS)

4) Jonction S / dot / S

- 1 niveau discret couplé aux reservoirs
  interaction Coulombienne local
  ↳ modèle d'Anderson

$$H = H_L + H_R + \varepsilon \sum_\sigma d_\sigma^+ d_\sigma + U n_\uparrow n_\downarrow + H_T$$

$$H_T = t_L \sum_{k\sigma} a^+_{k\sigma} d_\sigma + h.c. + t_R \sum_{p\sigma} b^+_{p\sigma} d_\sigma + h.c. \qquad t_L = t_R$$

échelles d'energie : $\varepsilon, \Delta, U, \Gamma = 2\pi\nu_S |t|^2$
(elargissement du niveau discret à cause du couplage aux reservoirs)

a) Transition singulet / doublet

$$\frac{\varphi}{2} \Big) \overset{t}{\sim} \underset{\varepsilon, U}{-} \overset{t}{\sim} \Big(-\frac{\varphi}{2}$$

On suppose $\Delta \gg \varepsilon, U, \Gamma_{L/R}$
De la même façon que dans la sec. 3b), on obtient

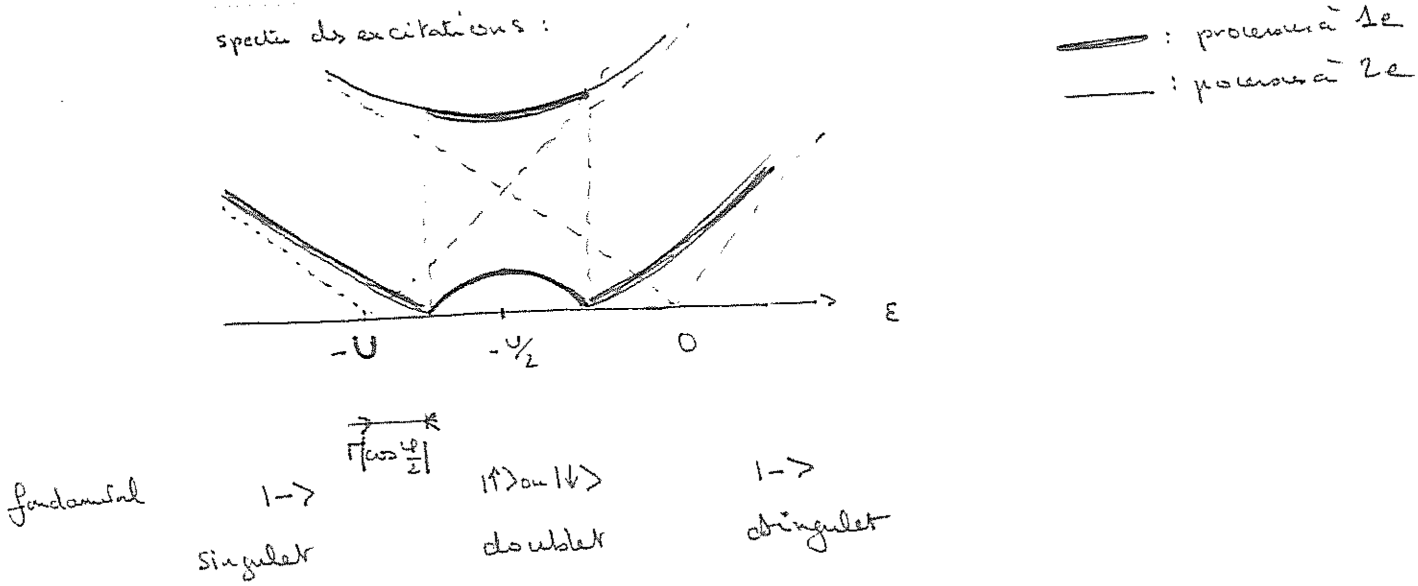
$$H_{eff} = \varepsilon \sum_\sigma d^+_\sigma d_\sigma + U n_\uparrow n_\downarrow + \underbrace{\pi \nu_S t^2 \left(e^{i\frac{\varphi}{2}} + e^{-i\frac{\varphi}{2}}\right)}_{\Gamma \cos\frac{\varphi}{2}} d^+_\uparrow d^+_\downarrow + h.c.$$

états propres d'energies :

$$E_\pm = \varepsilon + \frac{U}{2} \pm \sqrt{\left(\varepsilon + \frac{U}{2}\right)^2 + \Gamma^2 \cos^2\frac{\varphi}{2}}$$

$$E_{\uparrow/\downarrow} = \varepsilon$$

spectre des excitations :



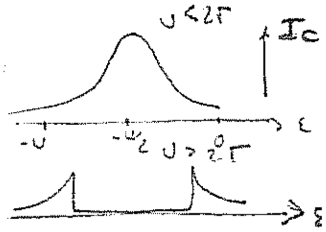
* transition singulet/doublet si $U > 2\Gamma$

BCS ← → Coulomb

* région singulet : $E_- = \varepsilon + \frac{U}{2} - \sqrt{\left(\varepsilon+\frac{U}{2}\right)^2 + \Gamma^2\cos^2\frac{\varphi}{2}}$

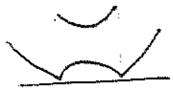
$$I \sim \frac{2e}{\hbar}\frac{\partial E_-}{\partial \varphi} \sim \frac{e}{2\hbar}\,\frac{\Gamma^2 \sin\varphi}{\sqrt{\left(\varepsilon+\frac{U}{2}\right)^2+\Gamma^2\cos^2\frac{\varphi}{2}}}$$

amplitude du courant critique fixée par une échelle d'énergie $\ll \Delta$



région doublet : $E_{\downarrow/\uparrow}$ indep de $\varphi \longrightarrow I = 0$

* on retrouve 4 états sous le gap
* dans une spectroscopie tunnel avec une pointe normale, seuls sont visibles les lignes des processus à 1e



b) Jonction π dans l'état doublet :

virt
$1 \to 0 \to 1$, $\searrow 2 \nearrow$

- Dégénérescence $\varepsilon \simeq -U/2$
  $U \gg \Delta, \Gamma$
- Hamiltonien effectif $\alpha = L, R$ base $|\sigma\rangle = d^+_{\sigma}|0\rangle$ pour le dot

$$H = \sum_{k\alpha\sigma} \xi_k a^+_{k\alpha\sigma} a_{k\alpha\sigma} + \left[t_\alpha a^+_{k\alpha\sigma} d_\sigma + h.c.\right] + \varepsilon d^+_\sigma d_\sigma + U n_\uparrow n_\downarrow$$

$$H_{eff} \simeq H_L + H_R + \sum_{\substack{\alpha\beta k k'\\ \sigma\sigma'}} \Big\{ t_\alpha a^+_{k\alpha\sigma} d_\sigma \frac{1}{\varepsilon+U} t^*_\beta d^+_{\sigma'} a_{k'\beta\sigma'} + t^*_\beta d^+_{\sigma'} a_{k'\beta\sigma'} \frac{1}{-\varepsilon} t_\alpha a^+_{k\alpha\sigma} d_\sigma \Big\}$$

$$\simeq H_L + H_R + \sum_{kk'\alpha\beta\sigma\sigma'} t_\alpha t^*_\beta \left(\frac{1}{\varepsilon+U} - \frac{1}{\varepsilon}\right) a^+_{k\alpha\sigma} a_{k'\beta\sigma'} d^+_{\sigma'} d_\sigma$$
$$- \sum_{kk'\alpha\beta\sigma} t_\alpha t^*_\beta \frac{1}{\varepsilon+U} a^+_{k\alpha\sigma} a_{k'\beta\sigma}$$
$$+ \left(\sum_{\alpha k} \frac{|t_\alpha|^2}{\varepsilon}\right) \underbrace{\sum_\sigma d^+_\sigma d_\sigma}_{=1}$$

→ shift d'énergie global ?

Spin local
$$S_z = \frac{1}{2}(d_\uparrow^\dagger d_\uparrow - d_\downarrow^\dagger d_\downarrow)$$
$$S_+ = d_\uparrow^\dagger d_\downarrow$$
$$S_- = d_\downarrow^\dagger d_\uparrow$$
$$1 = d_\uparrow^\dagger d_\uparrow + d_\downarrow^\dagger d_\downarrow$$

s'annule en $\varepsilon = -U/2$ (mais petit)

$$H_{eff} \simeq H_L + H_R - \sum_{\alpha\beta kk'} \frac{t_\alpha t_\beta^*}{2}\left(\frac{1}{\varepsilon+U} + \frac{1}{\varepsilon}\right) c^\dagger_{k\alpha\sigma} c_{k'\beta\sigma}$$
$$+ \sum_{\alpha\beta kk'\sigma\sigma'} t_\alpha t_\beta^* \left(\frac{1}{\varepsilon+U} - \frac{1}{\varepsilon}\right) \vec{S}\cdot c^\dagger_{k\alpha\sigma}\vec{\sigma}_{\sigma\sigma'} c_{k'\beta\sigma'}$$
$$= H_L + H_R + \sum_{\alpha\beta kk'\sigma\sigma'} \left[T_{\alpha\beta}\delta_{\sigma\sigma'} + J_{\alpha\beta}\vec{S}\cdot\vec{\sigma}_{\sigma\sigma'}\right] c^\dagger_{k\alpha\sigma} c_{k'\beta\sigma'}$$

& $\vec{S} = S\hat{z}$ traité classiquement

- Etat lié d'Andreev : cf Sec II 3) b)

$$H_{eff} \approx \sum_{k\alpha\sigma} \varepsilon_k \gamma^\dagger_{k\alpha\sigma}\gamma_{k\alpha\sigma} + \frac{1}{2}\sum_{\alpha\beta kk'\sigma} \left[T_{\alpha\beta} + J_{\alpha\beta} S\sigma\right]\left[\gamma^\dagger_{k\alpha\sigma} + \sigma\gamma_{k\alpha\bar\sigma}\right] \times \left[\gamma_{k'\beta\sigma} + \sigma\gamma^\dagger_{k'\beta\bar\sigma}\right]$$
$$\approx \sum_{k\alpha\sigma} \varepsilon_k \gamma^\dagger_{k\alpha\sigma}\gamma_{k\alpha\sigma} + \frac{1}{2}\sum_{\alpha\beta kk'\sigma} \underbrace{\left[T_{\alpha\beta} - T_{\beta\alpha} + \sigma\left(J_{\alpha\beta} + J_{\beta\alpha}\right)S\right]}_{} \gamma^\dagger_{k\alpha\sigma}\gamma_{k'\beta\sigma}$$

matrice (4×4)
$$\begin{bmatrix} \sigma J_{LL} S & -iT_{LR}\sin\frac{\varphi}{2} + \sigma J_{LR} S\cos\frac{\varphi}{2} \\ iT_{LR}\sin\frac{\varphi}{2} + \sigma J_{LR} S\cos\frac{\varphi}{2} & \sigma J_{RR} S \end{bmatrix}$$

→ valeurs propres :
$$\sigma\frac{J_{LL}+J_{RR}}{2}S \pm \sqrt{\frac{(J_{LL}-J_{RR})^2}{4}S^2 + T_{LR}^2\sin^2\frac{\varphi}{2} + J_{LR}^2 S^2\cos^2\frac{\varphi}{2}}$$

$J_{LL} = J_{RR} = J_{LR}$ pour simplifier — on néglige pour simplifier

d'où deux valeurs propres négatives :
$$-JS \pm JS\left|\cos\frac{\varphi}{2}\right|$$
correspondant à deux états liés d'énergies
$$E_A = \Delta - 2\Delta\left[\frac{\pi\nu}{2}JS\right]^2\left(1 \pm \cos\frac{\varphi}{2}\right)^2$$

$$E_{tot} = -\frac{1}{2}\left(E_{a+} + E_{a-}\right)$$

$$= +\Delta \underbrace{(JS)^2}_{\pi^2 s} \left[1 + \cos^2\frac{\varphi}{2}\right]$$

$$I = \frac{2e}{\hbar}\frac{\partial E_{tot}}{\partial \varphi} \propto -I_c \sin\varphi$$

$$\Longrightarrow \quad I = -I_c \sin\varphi = I_c \sin(\varphi + \pi)$$

jonction π

Différence de phase spontanée π entre les deux supras

NB: configuration similaire utilisée pour démontrer la symétrie d-wave du paramètre d'ordre des supraconducteurs conventionnels

génération spontanée d'un demi-vortex !

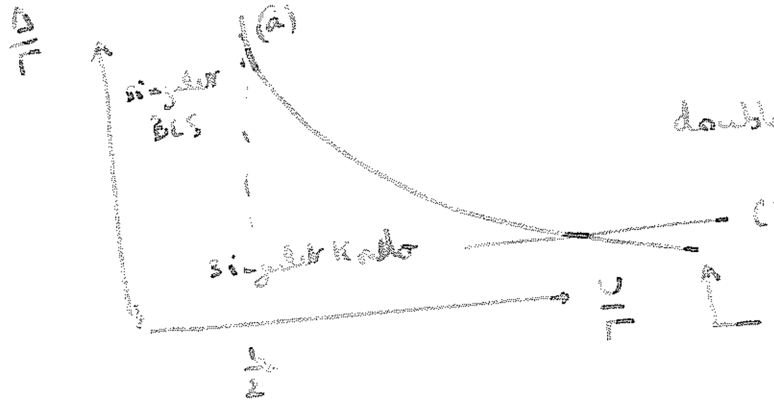
$\Longrightarrow$ S traité classiquement : pas justifié pour un spin 1/2

$\Longrightarrow$ spin plus grand : état lié de Shiba-Rusinov qui existe même à $\varphi = 0$!

[impuretés magnétiques dans un supraconducteur]

NB: Simplifier le calcul avec $H^T_{LR} = JS.\,\sigma\, a^\dagger \sigma\, b + h.c.$ seulement ?

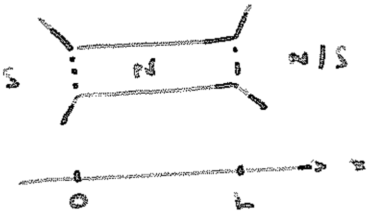
c) Compétition effet Kondo / Supraconductivité



ligne $\Delta \sim T_K$ avec $T_K \sim e^{-U/\Gamma}$

III - Jonctions métalliques hybrides

1) Réflexions d'Andreev et d'Andreev multiples incohérentes : bruit et charge effective



N métal diffusif

$G_N = \frac{\sigma A}{L}$

$\sigma = 2e^2 \nu_0 D_n$ conductivité de Drude

$W_{pp'} = 2\pi |U_{pp'}|^2 \delta(\xi_p - \xi_{p'})$

$\frac{1}{\tau_p} = \sum_{p'} W_{pp'}$

a) courant

- théorie de Boltzmann :
  - collisions isotropes sur les impuretés :

$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_p} = 2\pi \sum_{p'} |U_{pp'}|^2 \delta(\xi_p - \xi_{p'}) = 2\pi \nu_0 |U_0|^2$$

↳ potentiel de collision sur une impureté

  - on néglige les interactions e-e, e-ph...

fonction de distribution $f(\vec{r}, \vec{p}, t) = f(\vec{r}, \epsilon, \hat{p}, t)$

$$\begin{cases} \left[\frac{\partial}{\partial t} + \vec{v}\cdot\frac{\partial}{\partial \vec{r}}\right] f(\vec{r}, \vec{p}, t) = I_{imp}\left[f(\vec{r}, \vec{p}, t)\right] \\ I_{imp}[f_p] = \sum_{p'} \left(J_{p'p} - J_{pp'}\right) \\ J_{pp'} = W_{pp'} f_p (1 - f_{p'}) \end{cases}$$

intégrale de collision

$$\longrightarrow \left[\partial_t + \vec{v}\,\partial_{\vec{r}}\right] f(\vec{r}, \epsilon, \hat{p}, t) = \nu \int \frac{d\Omega'}{4\pi} \int d\epsilon' \; 2\pi |U_0|^2 \delta(\epsilon - \epsilon') \times \left[f(\vec{r}, \epsilon', \hat{p}', t) - f(\vec{r}, \epsilon, \hat{p}, t)\right]$$

$$= -\frac{1}{\tau}\left[f(\vec{r}, \epsilon, \hat{p}, t) - \langle f(\vec{r}, \epsilon, \hat{p}, t)\rangle_{\hat{p}}\right]$$

, connue sous le nom d'approximation de temps de relaxation

, $\langle \dots \rangle_{\hat{p}} = \int \frac{d\Omega_p}{4\pi} \dots$

, $\vec{v} = v_F \hat{p}$

- Solution (stationnaire) de la forme :

$$\underset{\varepsilon,\vec{r},t}{f}(\hat{p}) = \underset{\varepsilon,\vec{r},t}{f} + \hat{p}\cdot\vec{F}_{(\varepsilon,\vec{r},t)}$$

isotrope — 1ère harmonique sphérique

en multipliant l'éq. de Boltzmann par $\int\frac{d\Omega_p}{4\pi}$ et $\int\frac{d\Omega_p}{4\pi}\hat{p}$,

on obtient :

$$\left.\begin{array}{l} \frac{v_F}{3}\,\vec{\nabla}\vec{F}_{\varepsilon\vec{r}} = 0 \\ v_F\,\vec{\nabla} f_{\varepsilon\vec{r}} = -\frac{1}{\tau}\vec{F}_{\varepsilon\vec{r}} \end{array}\right\} \quad D_n \nabla^2 f_{\varepsilon,\vec{r}} = 0$$

$$D_n = \frac{v_F^2\tau}{3} = \frac{v_F \ell}{3} = \text{constante de diffusion}$$

[artificiel ici !!]

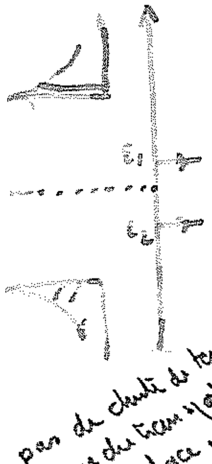
- Courant :

$$I = \underset{\text{spin}}{2}\int dy\,dz\; j_x$$

$$= -2e\int dy\,dz \sum_p v_x\, f(\vec{x},\varepsilon,\hat{p},t)$$

$$= -\frac{2e\,v_F}{3}\int dy\,dz\; \underset{\nu\int d\varepsilon}{F_x}(\vec{r},\varepsilon,t)$$

$$= \frac{G_N L}{e}\int d\varepsilon\;\; \partial_x f(\varepsilon)$$



- Conditions de bords :

supraconducteur à une tension V — fonction de Fermi

$$\begin{cases} \text{électron au-delà du gap :} & f(\varepsilon,0) = f_{res}(\varepsilon) = f_0(\varepsilon+eV) \\ \text{réflexion d'Andreev dans le gap :} & \begin{cases} f(\varepsilon_1,0) = 1 - f(\varepsilon_2,0) \;\; ⊛ \;\; |\varepsilon_1+eV| < \Delta \\ \nabla f(\varepsilon_1,0) = \nabla f(\varepsilon_2,0) \end{cases} \end{cases}$$

$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 = -2eV$

i.e. équilibre des populations d'électrons et trous au voisinage de l'interface $[f_h(\varepsilon) = 1 - f_e(-\varepsilon)]$

et même courant porté par les électrons et les trous.

⊛ pas de chute de tension à cause du transfert d'Andreev à l'interface.

[NB : plus formellement : $G_N \nabla f(\varepsilon) = G_A\,[\,f(\varepsilon) + f(-\varepsilon) - 1\,]$ et $G_A \gg G_N$

Remarque : * contribution de barrière négligée : $G_T \gg G_N$

↳ y compris pour le processus d'Andreev $G_{TA} \gg G_N$

* collisions inélastiques

champs électriques $\varepsilon \to \varepsilon + eV(r)$ } dans l'éq. Boltz.

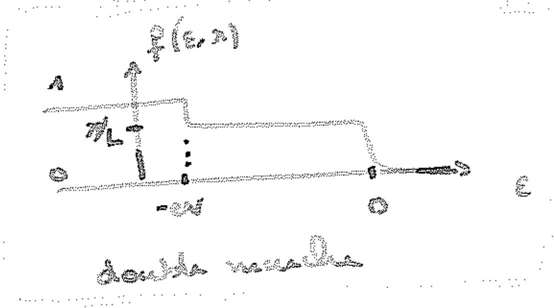
compense le terme $+ e\vec{E}\cdot\partial_p f$

• N/N/N :

$$f(\varepsilon,x) = f_0(\varepsilon)\,\frac{x}{L} + f_0(\varepsilon+eV)\left(1-\frac{x}{L}\right)$$

$$L\,\partial_x f(\varepsilon,x) = f_0(\varepsilon) - f_0(\varepsilon+eV)$$

$$\boxed{I = G_N V}$$



N/N/S : $eV \lesssim \Delta$ $\quad \varepsilon \ll \Delta$

$$f(\varepsilon,x) = f(\varepsilon,L)\,\frac{x}{L} + f_0(\varepsilon+eV)\left(1-\frac{x}{L}\right)$$

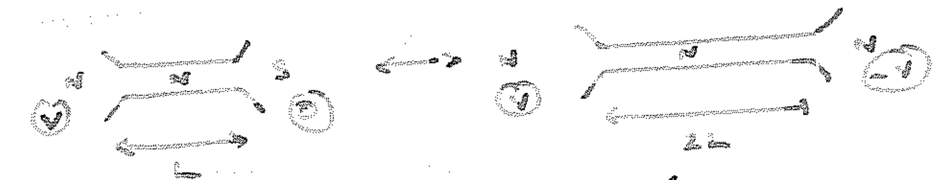
$$f(-\varepsilon,x) = \underset{\substack{\parallel \\ 1-f(\varepsilon,L)}}{f(-\varepsilon,L)}\,\frac{x}{L} + f_0(-\varepsilon+eV)\left(1-\frac{x}{L}\right)$$

$$f(\varepsilon,L) - f_0(\varepsilon+eV) = 1 - f(\varepsilon,L) - f_0(-\varepsilon+eV)$$

$$= 1 - f(\varepsilon,L) - 1 + f_0(\varepsilon-eV)$$

i.e. $f(\varepsilon,L) = \frac{1}{2}\left[f_0(\varepsilon+eV) + f_0(\varepsilon-eV)\right]$

i.e.



$$\boxed{I = \frac{G_N}{2}\cdot 2V = G_N V}$$

($\neq$ · $G_{NS} = 2G_{NN}$ pour le contact balistique !
· $G_{NS} \ll G_{NN}$ pour le contact tunnel !)

NB : même raisonnement pour $eV < \Delta$

$$f(\varepsilon,x) = f_0(\varepsilon-eV)\,\frac{x}{2L} + f_0(\varepsilon+eV)\left(1-\frac{x}{2L}\right)$$

double marche

S/N/S $\quad \varepsilon, eV \ll \Delta$

$|\varepsilon| > \Delta \quad f(\varepsilon) \approx f_{res}(\varepsilon)$

mais sous le gap : réflexions d'Andreev multiples

$\boxed{\hookrightarrow \text{fonction de distribution complètement hors d'équilibre bien que } V \to 0\,!}$

conditions de bords :

$$x=0 \quad \begin{cases} f(\varepsilon+eV,0) = 1 - f(-\varepsilon+eV,0) & (1) \\ f(\varepsilon+eV,L) - f(\varepsilon+eV,0) = f(-\varepsilon+eV,L) - f(-\varepsilon+eV,0) & (2) \end{cases}$$

$$x=L \quad \begin{cases} f(\varepsilon,L) = 1 - f(-\varepsilon,L) & (3) \\ f(\varepsilon,L) - f(\varepsilon,0) = f(-\varepsilon,L) - f(-\varepsilon,0) & (4) \end{cases}$$

$$(3)+(4) \hookrightarrow f(\varepsilon,L) = \frac{1}{2}\left[1 + f(\varepsilon,0) - f(-\varepsilon,0)\right] \quad (5)$$

$$(1)+(2) \quad f(\varepsilon+eV,0) = \frac{1}{2}\left[1 + f(\varepsilon+eV,L) - f(-\varepsilon-eV,L)\right] \quad (6)$$

$$(1) \text{ dans } (5) \to f(\varepsilon,L) = \frac{1}{2}\left[f(\varepsilon,0) + f(\varepsilon-2eV,0)\right] \quad (7)$$

$$= 1 - \frac{1}{2}\left[f(-\varepsilon-2eV,0) + f(-\varepsilon,0)\right] \quad (8)$$

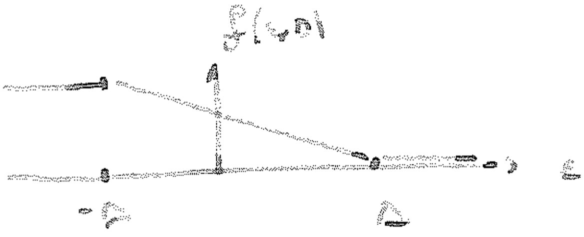
$$(7) \text{ et } (8) \text{ dans } (6) \quad \text{i.e.} \quad f(\varepsilon,0) = \frac{1}{2}\Big[1 + \frac{1}{2}\big(f(\varepsilon,0) + f(\varepsilon-2eV,0)\big) - \Big(1 - \frac{1}{2}\left[f(\varepsilon,0) + f(\varepsilon+2eV,0)\right]\Big)\Big]$$

$$\text{i.e.} \quad 2f(\varepsilon,0) - f(\varepsilon+2eV,0) - f(\varepsilon-2eV,0) = 0$$

$$\text{i.e.} \quad (V \to 0) \quad \boxed{\frac{\partial^2}{\partial\varepsilon^2} f(\varepsilon,0) = 0}$$

diffusion en énergie

$$\text{or} \quad f(\varepsilon,L) - f(\varepsilon,0) = \frac{1}{2}\left[f(\varepsilon-2eV,0) - f(\varepsilon,0)\right] = -eV \frac{\partial f}{\partial \varepsilon}(\varepsilon,0)$$



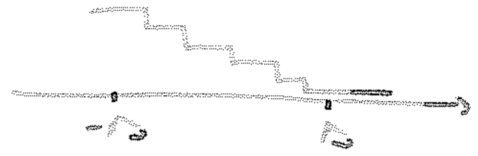
$f(\varepsilon,0) = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{\varepsilon}{\Delta}\right)$

$$I = G_N \left[\int_{-\Delta}^{\Delta} d\varepsilon \, \frac{\partial f}{\partial \varepsilon}\right] \times V$$

$$\boxed{I = G_N V}$$

Si on ne suppose pas $eV \ll \Delta$

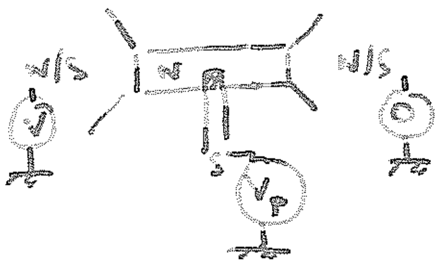
↳ marches dans la fonction de distribution



↳ on obtient encore $I = G_N V$

(pas de SGS dans cette limite, bien que régime MAR!)

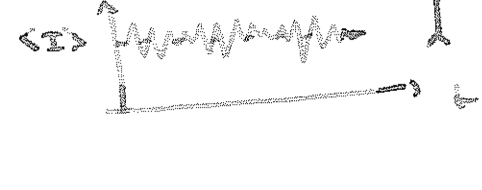
NB: On peut mesurer les fonctions de distribution hors d'équilibre en utilisant une spectroscopie tunnel avec une pointe supraconductrice de densité d'états connue.



b) bruit

• courant $I = G_N V$ mais processus de transport très différents

↳ fluctuations de courant :



lié à la déf. du bruit quantique

$$S = 2\int d\tau \, \langle \delta I(t+\tau)\, \delta I(t) \rangle$$

$\langle .. \rangle$: moyenne temporelle

(bruit blanc)

origine des fluctuations = collisions aléatoires sur les impuretés.

• Formalisme de Boltzmann-Langevin
(introduit par Kogan & Shulman dans les plasmas
et repris par Nagaev en physique mésoscopique)

$$f = \bar{f} + \delta f$$

↳ fluctuations temporelles $\langle \delta f \rangle = 0$

↳ solution trouvée en a)

$$[\partial_t + \vec{v}\,\partial_{\vec{r}}](\bar{f}_p + \delta f_p) = I[\bar{f}_p + \delta f_p] + \underset{\substack{\uparrow \\ \text{source de Langevin}}}{\delta I_p}$$

$$I_p = \sum_{p'} J_{p'p} - J_{pp'}$$

collisions sur les impuretés = processus poissoniens:
(equivalent à : aléatoires + indépendants)

(Spin!)

$$\langle \delta J_{p_1p_3}(\vec{r},t)\, \delta J_{p_2p_4}(\vec{r}',t') \rangle = \underbrace{V}_{\delta_{p_1p_2}\delta_{p_3p_4}} \delta(\vec{r}-\vec{r}')\,\delta(t-t')\, \bar{J}_{p_1p_3}(\vec{r},t)$$

$$\langle \delta I_{p_1}(\vec{r},t)\, \delta I_{p_2}(\vec{r}',t') \rangle = \sum_{p_3p_4} \langle (\delta J_{p_3p_1} - \delta J_{p_1p_3})(\delta J'_{p_4p_2} - \delta J'_{p_2p_4}) \rangle$$
$$= V\,\delta(r-r')\,\delta(t-t')\Big[\delta_{p_1p_2} \sum_{p_3} \big(\bar{J}_{p_3p_1} + \bar{J}_{p_1p_3}\big) - \bar{J}_{p_1p_2} - \bar{J}_{p_2p_1}\Big]$$

$$[\partial_t + \vec{v}\,\partial_{\vec{r}}]\,\delta f_p = -\frac{1}{\tau}\left(\delta f_p - \langle \delta f_p \rangle_{\hat{p}}\right) + \delta I_p$$

→ on moyenne avec $\int \frac{d\Omega_p}{4\pi}$ et $\int \frac{d\Omega_p}{4\pi} \times \hat{p}$

→ on néglige le terme ∂_t $\left(\omega_{car} \ll \frac{1}{\tau}\right)$

$$\vec{\nabla}\cdot\delta\vec{F} = \int \frac{d\Omega_p}{4\pi} \sum_{p'} (\delta J_{p'p} - \delta J_{pp'}) = 0 \qquad (\varepsilon_p = \varepsilon_{p'} \text{ restent }\ldots)$$

$$\frac{v_F}{3}\vec{\nabla}\,\delta f = -\frac{1}{\tau}\,\delta\vec{F} + \int \frac{d\Omega_p}{4\pi}\,\hat{p}\,\delta I_p$$

$$\delta I(t) = -\frac{e\nu v_F}{3} \int \underbrace{dy\,dz}_{\frac{dx}{L}} \int d\varepsilon\; \delta F_x(\varepsilon,\vec{r},t) \qquad \text{par spin}$$

car le courant est conservé

$$= \frac{e\nu v_F \tau}{L} \int d^3r \int d\varepsilon \int \frac{d\Omega_p}{4\pi}\, n_x\, \delta I_p$$

$$\delta I(t) = \frac{e v_F \tau}{L} \int d\vec{r}\, \sum_p \hat{p}_x\, \delta I_p \qquad \text{par spin}$$

corrélations entre les électrons de spin différent

$$\langle \delta I(t)\, \delta I(t') \rangle = 2 \left(\frac{e v_F \tau}{L}\right)^2 \int d\vec{r}_1\, d\vec{r}_2 \sum_{p_1 p_2} p_{1x}\, p_{2x} \langle \delta I_{p_1}(\vec{r}_1, t)\, \delta I_{p_2}(\vec{r}_2, t') \rangle$$

$$= 2 \left(\frac{e v_F \tau}{L}\right)^2 \nu \int d\vec{r}_1\, \delta(t) \times \frac{2\nu}{3} \int d\varepsilon \times \underbrace{\nu_{x2} \cdot [\ldots]}_{\frac{1}{2}} \bar{f}\,[1 - \bar{f}]$$

$$= 2 \times \left(2e^2 \nu \frac{v_F^2 \tau}{3}\right) \frac{A}{L} \int \frac{dx}{L} \int d\varepsilon\, \bar{f}(\varepsilon x) \left[1 - \bar{f}(\varepsilon x)\right]$$

$$\boxed{S = 4 G_N \int \frac{dx}{L} \int d\varepsilon\, f\,[1 - f]}$$

→ équilibre : $\int d\varepsilon\, f(1-f) = T \qquad S = 4 G_N T$

→ N/N/N : $S = 4 G_N \cdot eV \times \int_0^1 dy\, y(1-y) = 2eI \times \frac{1}{3}$

résultat intermédiaire entre

$$\begin{cases} S = 2eI & \text{(barrière tunnel → Schottky)} \\ & = \text{bruit poissonien } S \propto I \\ S = 0 & \text{(transport balistique)} \end{cases}$$

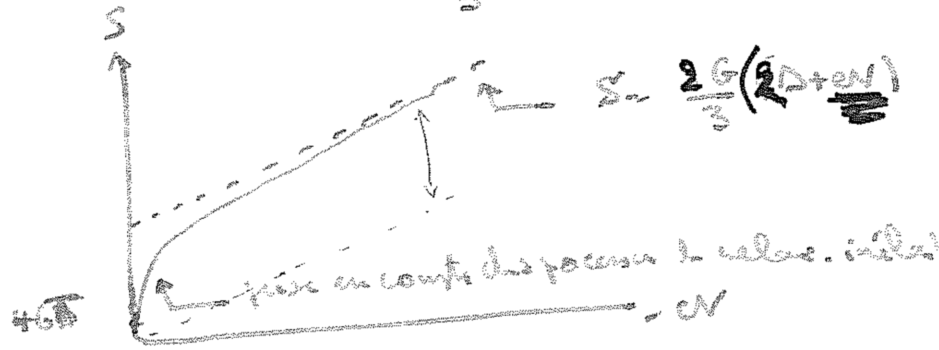
→ N/N/S : $S = 2eI \times \frac{2}{3} = 2 \times e^* I \times \frac{1}{3}$

$e^* = 2e$ charge effective due à la réflexion d'Andreev

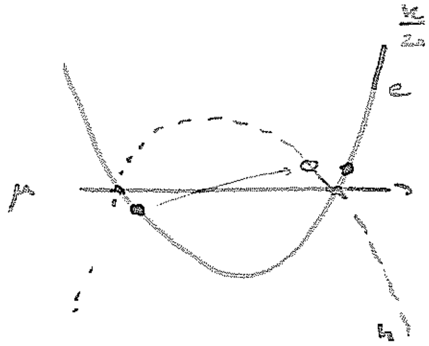
NB : charge $e^* = \frac{e}{3}$ de l'effet Hall fractionnaire

→ S/N/S : $S = \frac{4 G \Delta}{3} = 2 e^* I \times \frac{1}{3} \qquad e^* = \frac{2\Delta}{eV}\, e$

nombre de réflexions d'Andreev multiples !



2) Effets cohérents dans les jonctions SNS balistiques

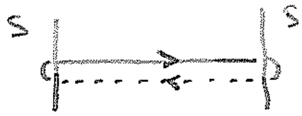


- $\begin{cases} \varepsilon_1 = v_F(k_1 - k_F) \\ \varepsilon_2 = -v_F(k_2 + k_F) = -\varepsilon_1 \end{cases}$ $\qquad k_1 = k_F + \frac{\varepsilon}{v_F}$, $\quad k_2 = -k_F + \frac{\varepsilon}{v_F}$

ou en termes de trous :

$$k_{e/h} = k_F \pm \frac{\varepsilon}{v_F}$$

$$\delta k = \frac{2\varepsilon}{v_F}$$



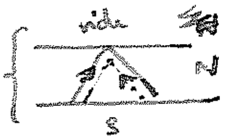
Les fonctions d'un état lié :

si $\pm \frac{2\varepsilon L}{v_F} + 2 \arccos \frac{\varepsilon}{\Delta} + \varphi = 2n\pi$

→ compétition de deux échelles d'énergie $\frac{v_F}{L}$ et Δ

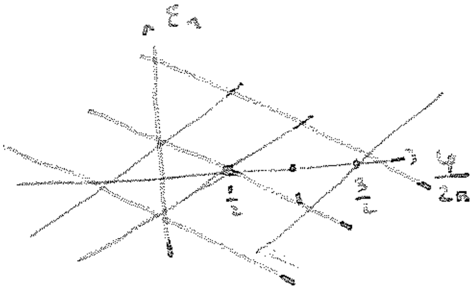
→ $\varphi = 0$ minigap $\sim \min\left[\Delta, \frac{v_F}{L}\right]$

le minigap se ferme à $\varphi = \pi$



→ $\frac{v_F}{L} \ll \Delta$: plusieurs états sous le gap

$$\varepsilon_n \simeq \pm \frac{\pi v_F}{4L}\left(n + \frac{1}{2} + \frac{\varphi}{2\pi}\right)$$



dépendance en phase ⇒ courant critique tel que

$$e R_N I_c \sim \frac{v_F}{L}$$

NB: grande ressemblance avec les courants permanents dans un anneau balistique normal

→ cohérence d'une paire d'Andreev. $L_\varepsilon \sim \frac{v_F}{\varepsilon}$

i.e. longue portée pour $\varepsilon \to 0$

limitée par L_φ, L_T (mais pas $\frac{v_F}{\Delta}$!)

↳ le calcul incohérent

·

→ Désordre : × ouverture de gaps

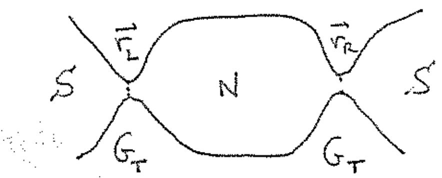
× $L_{diff,\varepsilon} \simeq \sqrt{\ell L_\varepsilon} = \sqrt{\frac{D}{\varepsilon}}$?

→ autres spectres dans la phase N : scénarios exotiques (réflexion d'Andreev spéculaire dans le graphène)

NB: formalisme des équations de Bogoliubov-de Gennes.

3) Jonctions SINIS diffusives

- Calcul du courant critique d'une jonction



$$G_T = \frac{2e^2}{h} T$$
$$T = 4\pi^2 \nu_S \nu_N t^2$$

Δ supposé grand $\longrightarrow$ transfert de paires de Cooper ≡ paires d'Andreev avec le Hamiltonien effectif :

$$= -\pi \nu_S$$

$$H = H_N + H_{TL} + H_{TR}$$

$$H_N = \sum_{k\sigma} \xi_k b^+_{k\sigma} b_{k\sigma}$$ k label pour les états propres dans N (par les ondes planes)

D'après la sec. II)2)b) :

$$H_{T\alpha} = -\pi \nu_S t^2 e^{i\varphi_\alpha} \sum_k \psi^+_\uparrow(r_\alpha)\psi^+_\downarrow(r_\alpha) + h.c.$$

Au second ordre dans les Hamiltoniens $H_{T\alpha}$, on trouve une contribution à l'énergie dépendant de $\varphi = \varphi_L - \varphi_R$:

$$E_J(\varphi) = -\left\langle H_T \frac{1}{H_N} H_T \right\rangle_{GS}$$
$$= -e^{-i\varphi}(\pi\nu_S t^2)^2 \left\langle \psi^+_\uparrow(r_R)\psi^+_\downarrow(r_R) \frac{1}{H_N} \psi_\downarrow(r_L)\psi_\uparrow(r_L)\right\rangle_{GS}$$
$$-e^{-i\varphi}(\pi\nu_S t^2)^2 \left\langle \psi_\downarrow(r_L)\psi_\uparrow(r_L) \frac{1}{H_N} \psi^+_\uparrow(r_R)\psi^+_\downarrow(r_R)\right\rangle_{GS}$$
$$+ \text{c.c.}$$

En introduisant les fonctions d'ondes exactes : réelles

$$\psi_\sigma(r) = \sum_k \chi_\ell(r)\, a_{\ell\sigma}$$

on trouve

$$E_J(\varphi) = -e^{-i\varphi}(\pi\nu_S t^2)^2 \sum_{k\ell} \left(\chi^*_\ell(r_R)\chi^*_m(r_R) \frac{f(\xi_\ell)f(\xi_m)}{-\xi_\ell - \xi_m} \chi_m(r_L)\chi_\ell(r_L) \right.$$
$$\left. + \text{---''---} \frac{[1-f(\xi_\ell)][1-f(\xi_m)]}{\xi_\ell + \xi_m} \text{---''---} \right)$$
$$+ \text{c.c.}$$

i.e. $$E_J(\varphi) = -2\cos\varphi\,(\pi\nu_S t^2)^2 \int d\xi\, d\xi' \frac{1-f(\xi)-f(\xi')}{\xi+\xi'} K_\xi(r_L r_R) K_{\xi'}(r_L r_R)$$

Où $K_{\xi}(r_1 r_2) = \sum_m \chi_m(r_1)\chi_m(r_2)\,\delta(\xi - \xi_m)$ fonction spectrale

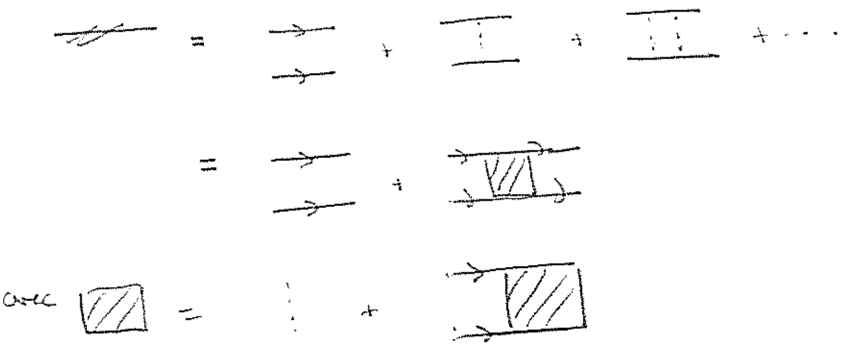
- Moyenne sur le désordre : $\langle K(r_1 r_2)\rangle$ à courte portée $\Rightarrow$ nul dès que $|r_1 - r_2| \gg \ell$ libre parcours moyen

MAIS : $\langle K\, K\rangle$ a une contribution à longue portée !

cf. cours G. Montambaux.

$$K = \frac{1}{2i\pi}\left[G^R - G^A\right]$$

$$\langle K_1 K_2\rangle = \frac{1}{4\pi^2}\left(\langle G_1^R G_2^A\rangle + \langle G_2^R G_1^A\rangle\right)$$



$$\langle U(r)\,U(r')\rangle = U_0^2\,\delta(r-r')$$

$$\frac{1}{\tau} = 2\pi\nu U_0^2$$

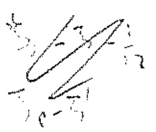
$$\Pi_{\xi-\xi'}(r r') = U_0^2\,\delta(r-r') + U_0^2\int dr''\, G^R_{\xi}(r r'')\, G^A_{\xi'}(r r'')\, \Pi_{\xi-\xi'}(r'' r')$$

$$\Pi_{\xi-\xi',k} = U_0^2\left[1 + \sum_p G^R_{\xi p}\, G^A_{\xi' k-p}\, \Pi_{\xi-\xi',k}\right]$$

$$\Pi_{\xi-\xi',k} = \frac{U_0^2}{1 - U_0^2\sum_p G^R_{\xi p} G^A_{\xi' k-p}}$$

$$\int \frac{d^3p}{(2\pi)^3}\,\frac{1}{\xi - \xi_p + \frac{i}{2\tau}}\,\frac{1}{\xi' - \xi_{k-p} - \frac{i}{2\tau}} = \nu\int d\xi_p \frac{d\Omega_p}{4\pi}\,\frac{1}{\left(\xi - \xi_p + \frac{i}{2\tau}\right)\left(\xi' - \xi_p + \frac{p}{m}\cdot k + \frac{i}{2\tau}\right)}$$

$$= \nu\int \frac{d\Omega_p}{4\pi}\cdot 2i\pi\,\frac{1}{\xi - \xi' - v\cdot k + \frac{i}{\tau}}$$



$$\boxed{E_F \gg \frac{1}{\tau} \gg \omega_{car}}$$

$$\approx 2\pi\tau\nu\int\frac{d\Omega}{4\pi}\,\frac{1}{1 - i\tau(\xi-\xi') + i\tau\vec{v}\cdot\vec{k}}$$

$$\approx 2\pi\tau\nu\left[1 + i\tau(\xi-\xi') - \tau D k^2\right]$$

i.e. $$\Pi_{\xi-\xi',k} = \frac{U_0^2}{\tau}\,\frac{1}{-i(\xi-\xi') + Dk^2} = \frac{1}{2\pi\nu\tau^2}\,\frac{1}{Dk^2 - i(\xi-\xi')}$$

"Diffusion"

ie tandis que $\int dr \langle G^R(r_1 r)\rangle\langle G^A(r r_2)\rangle \approx \int \frac{dp}{(2\pi)^3}\langle G^R(p)\rangle\langle G^A(p)\rangle \approx 2\pi\nu\tau$

i.e $E_J(\varphi) = -2\cos\varphi\,(\pi\nu_S t^2)^2 \,\frac{1}{4\pi^2}\,(2\pi\nu_N\tau)^2 \times \frac{1}{2\pi\nu_N\tau^2} \times$

$$\times 2\,\mathrm{Re}\int d\xi\, d\xi' \,\frac{1-f(\xi)-f(\xi')}{\xi+\xi'}\sum_k \frac{e^{ik(r_1-r_2)}}{D_n k^2 - i(\xi-\xi')}$$

$$= -\frac{1}{8\pi^3\nu_N}\underbrace{\left(4\pi^2\nu_S \nu_N^2 t^2\right)^2}_{\mathcal{D}^2}\cos\varphi\ \mathrm{Re}\int d\xi\, d\xi'\,\frac{1-f(\xi)-f(\xi')}{\xi+\xi'}\sum_n \frac{e^{ik(r_1-r_2)}}{D_n k^2 - i(\xi-\xi')}$$

transmission de barrière tunnel

$$I_c = \frac{\mathcal{D}^2\delta}{8\pi^3}\int d\xi\, d\xi'\ \frac{1-f(\xi)-f(\xi')}{\xi+\xi'}\sum_n \frac{e^{ik(r_L-r_R)}}{D_n k^2 - i(\xi-\xi')} + \frac{e^{ik(r_L-r_R)}}{D_n k^2 + i(\xi-\xi')}$$

$$\sum_k e^{ik(r_1-r_2)}\int d\varepsilon\, d\omega\ \frac{1-f(\varepsilon+\frac{\omega}{2})-f(\varepsilon-\frac{\omega}{2})}{2\varepsilon}\left(\frac{1}{D_n k^2 - i\omega}+\frac{1}{D_n k^2+i\omega}\right)$$

$\frac{1}{2}-f(\varepsilon) = \frac{1}{2}\,\mathrm{th}\,\frac{\varepsilon}{2T}$
$= T\sum_{i\omega_\nu}\frac{1}{\varepsilon \pm i\omega_\nu}$

$$T\sum_{i\omega_\nu}\int\frac{d\varepsilon\, d\omega}{2\varepsilon}\left(\frac{1}{\varepsilon+\frac{\omega}{2}+i\omega_\nu}+\frac{1}{\varepsilon-\frac{\omega}{2}-i\omega_\nu}\right)\left(\frac{1}{D_n h^2 - i\omega}+\frac{1}{D_n h^2+i\omega}\right)$$

$$T\sum_{i\omega_\nu}\int d\omega\left(\frac{1}{D_n h^2 - i\omega}+\frac{1}{D_n h^2+i\omega}\right)\int d\varepsilon\,\frac{1}{(\varepsilon+\frac{\omega}{2}+i\omega_\nu)(\varepsilon-\frac{\omega}{2}-i\omega_\nu)}$$

$$T\sum_{i\omega_\nu>0}\int d\omega\left(\frac{1}{D_n h^2 - i\omega}+\frac{1}{D_n h^2+i\omega}\right)\times 2i\pi\left(\frac{1}{\omega+2i\omega_\nu}+\frac{1}{-\omega+2i\omega_\nu}\right)$$

$$2i\pi T\sum_{i\omega_\nu>0}(2i\pi)\left[\frac{-1}{D_n h^2+2\omega_\nu}+\frac{-1}{D_n h^2+2\omega_\nu}\right]$$

$$8\pi^2 T\sum_{i\omega_\nu>0}\frac{1}{D_n h^2+2\omega_\nu}$$

$$\boxed{I_c = \frac{\mathcal{D}^2\delta}{\pi}\,T\sum_{\omega_\nu>0}\sum_k \frac{e^{ik(r_L-r_R)}}{D_n h^2+2\omega_\nu}}$$

$\frac{D_n}{L^2} = E_T$

* "zero-mode" approx. $I_c = \frac{e D^2 \delta}{4\pi^2} \ln\left(\frac{\Omega_{max}}{T}\right)$ $T \ll E_T$

* $E_T \ll T \ll \Delta$

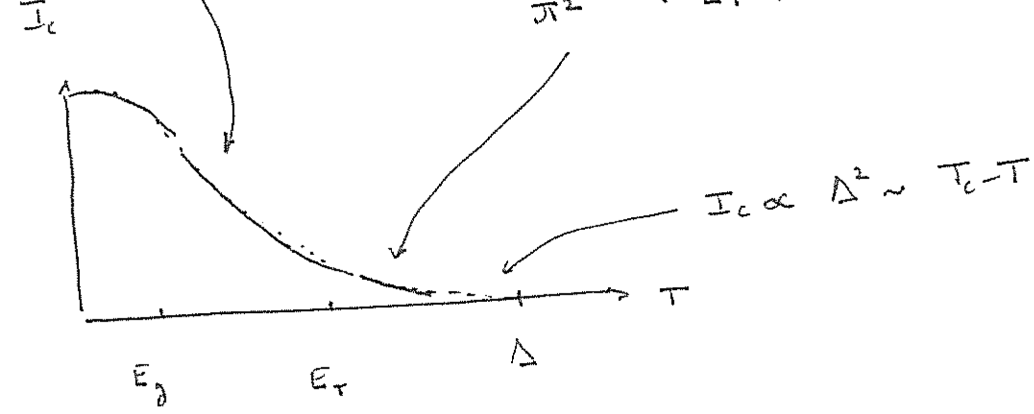
$$\left[-D_n \nabla^2 + 2\omega\right] P = \delta(r_1 - r_2)$$

$$D_n Q^2 = 2\omega$$

$$P(Q, L) = \frac{1}{D_n Q \,\mathrm{sh}\, QL} \approx \begin{cases} \frac{2}{D_n Q} e^{-QL} & QL \gg 1 \\ \frac{1}{2 L D} & QL \ll 1 \end{cases}$$

$$I_c = e \frac{D^2 \delta}{\pi} \times \frac{L\, 2T}{D_n} \sqrt{\frac{D_n}{2\pi T}}\, e^{-\sqrt{\frac{2\pi T}{D/L^2}}}$$

$$= \frac{e D^2 \delta}{\pi^2} \left(\frac{2\pi T}{E_T}\right)^{1/2} e^{-\left(\frac{2\pi T}{E_T}\right)^{1/2}}$$



longue portée : supercourant $I_c \propto e^{-\frac{L}{L_T}}$ même quand $L \gg \xi_s = \sqrt{\frac{D_n}{\Delta}}$

NB: * divergence log $\longrightarrow$ effet de proximité = non perturbatif

$E_g = \frac{G_T}{G_Q} \delta = \Gamma$ minigap

* $e R_T I \sim E_g$ (Ambegaokar Baratoff)

* Formalisme pour calculer l'effet de proximité diffusif non perturbatif : Equations quasiclassiques d'Usadel (N.L.)

4) Jonctions supraconductrices-ferromagnétiques :

a) Effet de proximité ~~[illegible]~~ oscillant à courte portée

. compétition de deux ordres antagonistes

. SIFIS :

champ d'échange agissant sur les électrons de conduction.

$$\begin{cases} H_z = \mu_B B \sigma_z \\ H_{ex} = \sum_i J \vec{S}_i \vec{\sigma}\, \delta(r - r_i) \end{cases} \qquad \langle \vec{S}_i \rangle = S \hat{z}$$

$$h = \mu_B B \quad \text{ou} \quad n_{imp} J \langle S \rangle$$

le calcul précédent reste valable avec ~~[illegible]~~ . $G^R_{\uparrow/\downarrow}$, $G^A_{\uparrow/\downarrow}$

i.e. $\xi - \xi' \to \xi - \xi' \pm 2h$ dans la diffusion

i.e. $$I_c = e \frac{D^2 \delta}{\pi} T \, \mathrm{Re} \sum_{\omega > 0} \sum_k \frac{e^{ik(r_L - r_R)}}{D_f k^2 + 2(\omega_\nu + ih)}$$

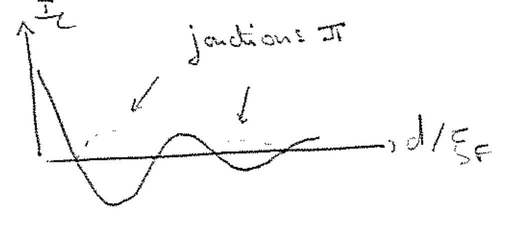
$$\hookrightarrow \quad I_c \approx e \frac{D^2 \delta T}{\pi} \times \left(\frac{h}{2\pi T} \right) \times \mathrm{Re} \, \frac{2L}{D_f Q_h} e^{-Q_h L} \qquad Q_h = \sqrt{\frac{2ih}{D_f}} = (1+i)\sqrt{\frac{h}{D_f}}$$

$$\approx \frac{e D^2 \delta}{\pi} \frac{h}{E_T} \sqrt{\frac{2L}{\xi_F}} e^{-\frac{L}{\xi_F}} \cos\left(\frac{L}{\xi_F} + \frac{\pi}{4} \right)$$

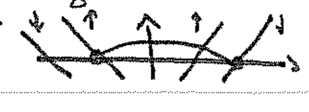
pour $\quad h \gg T, E_T$

courte portée : $\quad L \lesssim \xi_F$

oscillations : $\quad$ sur la même échelle



• NB : FFLO : Supra uniforme et magnétisme (de Pauli) antagonistes $\quad h_c = \Delta$
↗ pour la transition du 1er ordre
→ phase modulée possible



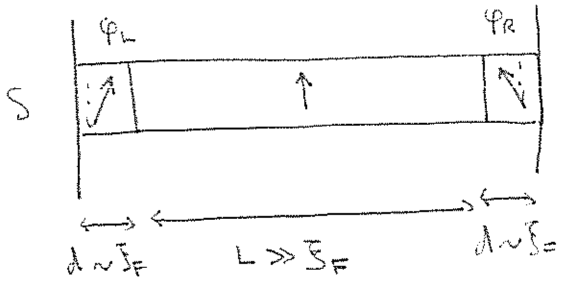
$k_{F\uparrow} - k_{F\downarrow} = \frac{2h}{v_F} \qquad \Delta(x) \sim \Delta e^{i\delta k x}$

b) Effet de proximité triplet à longue portée :

injection de paires ↑↑ ou ↓↓ : pas de déphasage de spin dans la couche F !

↳ pas possible dans le cadre du modèle étudié en 4) a)

mais



$$I_c \sim I_{CN} \sin\varphi_R \sin\varphi_L + I_{CN}\, e^{-L/\xi_F}$$

$L \gg \xi_F$